

实验是获取信息的活动，电子信息以数据为载体，数学实验主要任务是获取数据。

实验报告是向人表达信息的文稿，要简洁清楚，无涂改。实验报告占课程成绩 **30%**。

实验报告：

实验数据——获取了哪些数据，反映哪方面信息，有何参考价值？

实验结论——如何利用实验数据表现所获取的信息？

总结体会——实验涉及到了哪些技术，实验原理基于什么数学原理（或数学模型）？

改进建议——数据误差主要表现在哪方面，有无好的处理方法；数据量是否足以支持实验结论；有无更好的实验设计方案

实验二 航程计算

问题背景

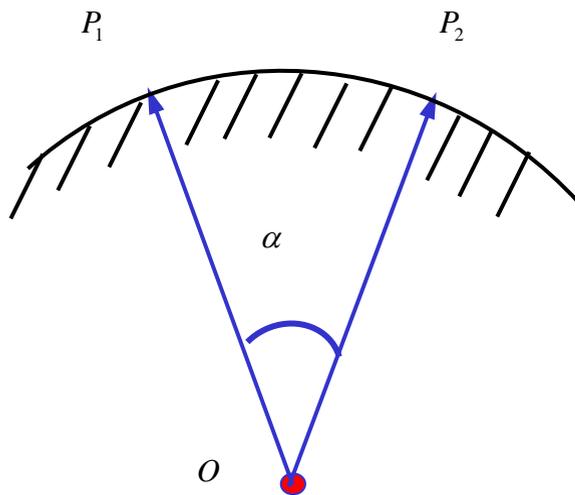
北京时间 2002 年 9 月 27 日 14 点，国航 CA981 航班从首都国际机场起飞，当地时间 9 月 27 日 15 点 30 分，降落在纽约肯尼迪机场；“北京→纽约” 直飞航线开通。在此之前，“北京→纽约” 航线为
北京 → 上海 → 东京 → 旧金山 → 纽约

航点	北京	上海	东京	旧金山	纽约
纬度	N40°	N31°	N36°	N37°	N41°
经度	E116°	E122°	E140°	W123°	W76°

数学模型

(1) 假设地球是标准的球体。飞机航行走短程线，即球面上的大圆。取地球半径为 $R=6400$ (km)

球面短程线位于过球心 O 以及 P_1 、 P_2 的平面与球面相交的大圆弧上。



球面短程线长度计算公式 $L = R \times \alpha$

其中, α 是 OP_1 与 OP_2 之间夹角 (单位: 弧度)

球心到 P1 (x1, y1, z1) 和球心到 P2 (x2, y2, z2), 两向量所张成夹角 α 的计算方法

$$\overrightarrow{OP_1} \cdot \overrightarrow{OP_2} = |\overrightarrow{OP_1}| \cdot |\overrightarrow{OP_2}| \cos \alpha$$

$$\overrightarrow{OP_1} \cdot \overrightarrow{OP_2} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$$

$$\cos \alpha = \frac{x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2}{R^2}$$

$$\alpha = \arccos\left(\frac{x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2}{R^2}\right)$$

$$|\overrightarrow{OP_1}| = |\overrightarrow{OP_2}| = R$$

(2) 从经纬度计算上述大圆弧的角度。 θ 是 P 点处球面法线和赤道面的夹角 ($-90^\circ \sim +90^\circ$). 向北取正为北纬, 向南取

负为南纬. φ 是 P 点与地球自转轴所在平面与起始子午面的夹角 ($-180^\circ \sim +180^\circ$). 由起始子午线起算, 向东取正为东经, 向西取负为西经。

$$\begin{cases} x = R \cos \theta \cos \varphi \\ y = R \cos \theta \sin \varphi \\ z = R \sin \theta \end{cases}$$

$$D = \{ (\phi, \theta) \mid -\pi \leq \phi \leq \pi, -\frac{1}{2}\pi \leq \theta \leq \frac{1}{2}\pi \}$$

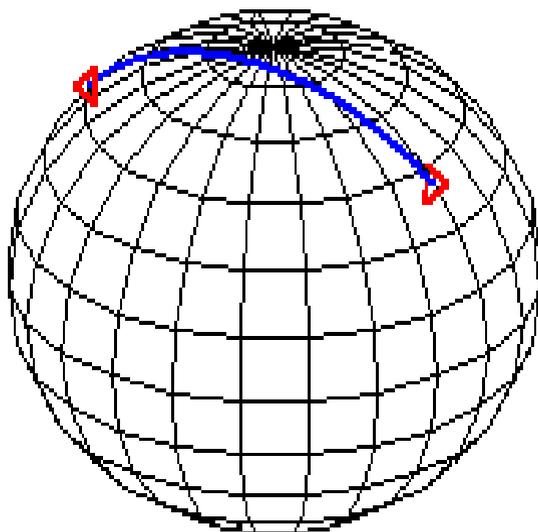
北京→纽约直飞航程

```
city=[40, 118;31, 122;36, 140;37, -123;41, -76];  
R=6400+10;
```

```
theta=city(:, 1)*pi/180;  
fai=city(:, 2)*pi/180;  
x=R*cos(theta).*cos(fai);  
y=R*cos(theta).*sin(fai);  
z=R*sin(theta);  
op1=[x(1);y(1);z(1)];  
op5=[x(5);y(5);z(5)];  
Dnew=R*acos(op1'*op5/R^2)
```

结果

Dnew = 10964.38



航点	北京	上海	东京	旧金山	纽约
纬度	N40°	N31°	N36°	N37°	N41°
经度	E116°	E122°	E140°	W123°	W76°

实验任务

计算相邻航点的航程及其飞行时间

北京→上海

上海→东京

东京→旧金山

旧金山→纽约

总航程

思考题

1. 根据“北京时间 2002 年 9 月 27 日 14 点，航班从北京起飞，纽约时间 9 月 27 日 15 点 30 分，降落在纽约”这段消息，分析两地经差和时差，计算飞行时间。
2. 如果飞机时速为 980 公里/小时，则两条飞行航线的飞行

时间差异是多大(设旧航线上中转站不停)

3. 数学实验所用的计算方法是近似方法, 其误差跟哪些参数有关?如何提高精度?

4. 下面程序是绘制地球上北京和纽约两城市之间球面短程线, 试对程序中的语句作功能性注释

```

R=6400;
theta=(-90:15:90)*pi/180;
fai=(-180:15:180)*pi/180;
X=R*cos(theta) '*cos(fai);
Y=R*cos(theta) '*sin(fai);
Z=R*sin(theta) '*ones(size(f
ai));
colormap([0 0 0]);
mesh(X, Y, Z);
axis off
hold on
city=[40, 118;41, -76];
theta=city(:, 1)*pi/180;
fai=city(:, 2)*pi/180;
x=R*cos(theta) .*cos(fai);
y=R*cos(theta) .*sin(fai);
z=R*sin(theta);
t=(0:20)/20;
X=(1-t)*x(1)+t*x(2);
Y=(1-t)*y(1)+t*y(2);
Z=(1-t)*z(1)+t*z(2);
r=sqrt(X.*X+Y.*Y+Z.*Z);
X=R*X./r;Y=R*Y./r;Z=R*Z./r;
plot3(x, y, z, 'r<', X, Y, Z, 'b',
'LineWidth', 2)

```