

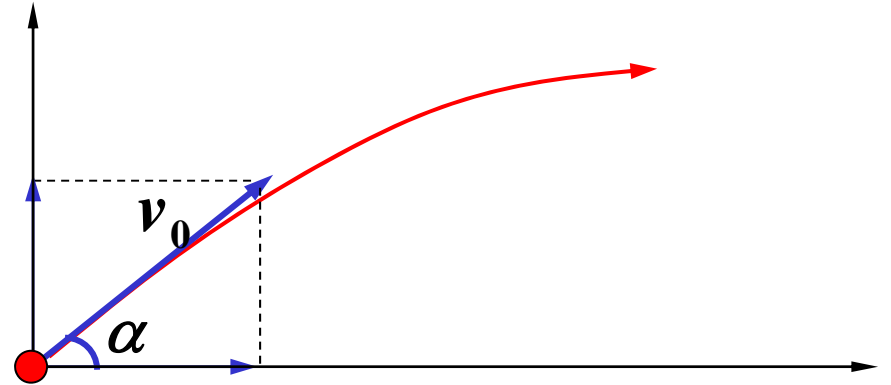
实验一： 抛射曲线实验

- 抛射曲线的数学模型
- 实验原理与实验任务
- 实验相关的思考问题
- 绘曲线族的矩阵处理方法

抛射曲线的数学模型

抛射曲线参数方程

$$\begin{cases} x = v_0 \cos \alpha \times t \\ y = v_0 \sin \alpha \times t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$



54-1式122毫米榴弹炮
口径：121.98 毫米；
炮弹初速：515米/秒；
最大射程：11800米；
最小射程：5350米



实验原理

已知发射角计算时间 $T(\alpha) = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$

$$v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2}gt^2 = 0$$
$$\Rightarrow T(\alpha) = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$$

其中 $v_0 = 515 \text{米/秒}$, $g \approx 9.8 \text{米/秒}^2$

α —— 发射角

$T(\alpha)$ —— 飞行时间

$X(\alpha)$ —— 射程

已知发射角计算射程

$$X(\alpha) = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha$$

$$v_0 \cos \alpha \cdot t = v_0 \cos \alpha \cdot T(\alpha) = v_0 \cos \alpha \cdot \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$$

$$\Rightarrow X(\alpha) = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha$$

已知距离计算发射角

$$\alpha = \frac{1}{2} \arcsin\left(\frac{gX}{v_0^2}\right)$$

$$X(\alpha) = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{1}{2} \arcsin\left(\frac{gX}{v_0^2}\right)$$

例1. 发射角为 45° 的抛射曲线绘制

`v0=515;alpha=45*pi/180;`

`T=2*v0*sin(alpha)/9.8;`

`%计算飞行时间`

`t= linspace(0,T,17);`

`%飞行时刻`

`x=v0 *t *cos(alpha);`

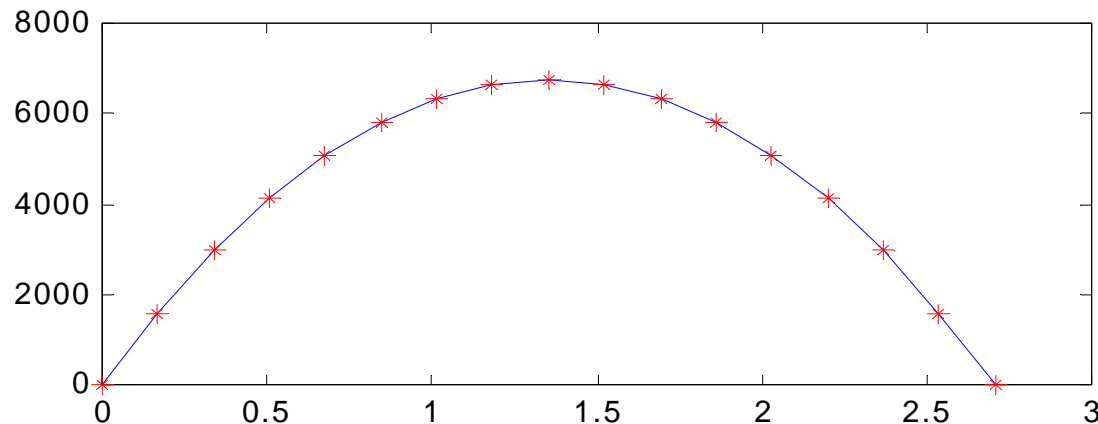
`%计算航点`

`y=v0 *t *sin(alpha) -0.5*9.8*t.^2;`

`plot(x,y,x,y,'r*')`

`Xmax=max(x)`

`Xmax=2.7064e+004`



任务1： 由距离计算发射角, 再计算飞行时间, 填表

目标	目标1	目标2	目标3
距离	10公里	20公里	27公里
发射角			
飞行时间			

$g=9.8; v_0=515;$

$X=[10,20,27]*1000;$

$\alpha_1=0.5*\arcsin(g*X/v_0/v_0);$

$\text{flyangle}=\alpha_1*180/\pi$

$\text{flytime1}=2*v_0*\sin(\alpha_1)/g$

$$\alpha = \frac{1}{2} \arcsin\left(\frac{gX}{v_0^2}\right)$$

$$T(\alpha) = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$$

任务2： 由发射角计算飞行时间、距离

目标	目标4	目标5
发射角	45 ⁰	60 ⁰
飞行时间		
距离		

$$X(\alpha) = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha$$
$$T(\alpha) = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$$

g=9.8;v0=515;

alpha2=[45,60]*pi/180;

distance=v0*v0*sin(2*alpha2)/9.8/1000

flytime2=2*v0*sin(alpha2)/9.8

思考题与练习题

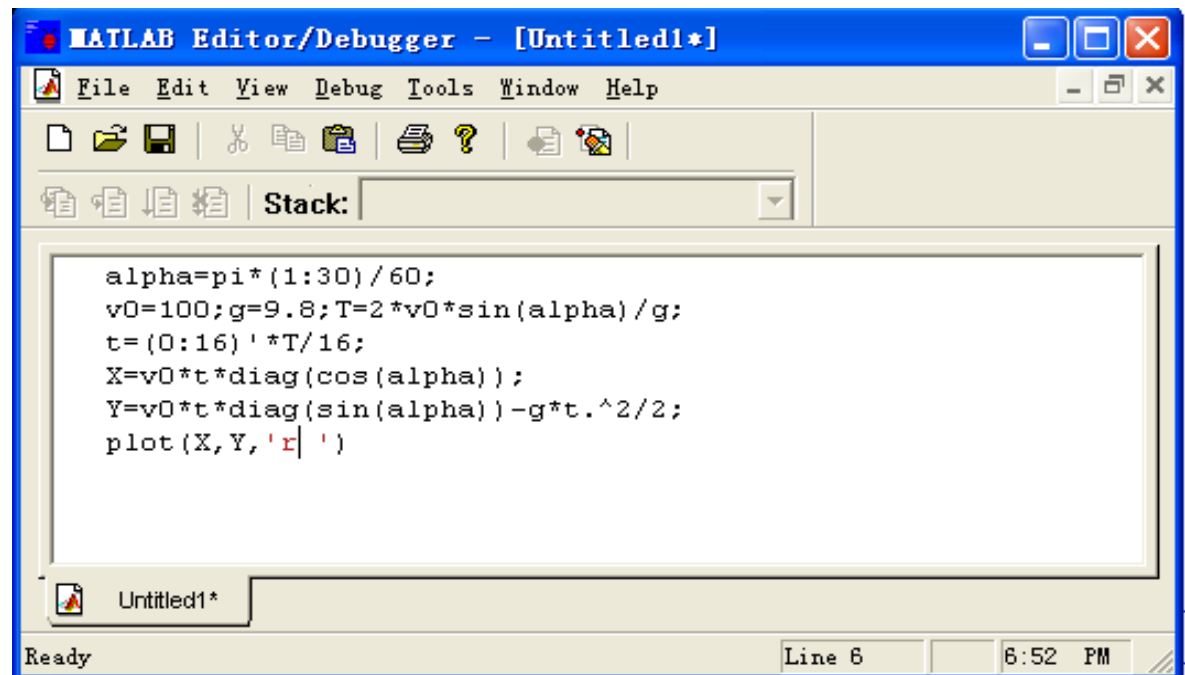
1. 根据射程计算公式，发射角确定射程，发射角 45° 时射程最大。分析发射角小于 45° 和大于 45° 时，角度和射程的增长关系。
2. 根据网上资料显示：54-1式榴弹炮炮弹初速为 515米/秒, 其最大射程：11800米. 数学实验的数据是否有不符之处, 对此作何解释？
3. 不同的发射角可能导致相同的射程, 其规律如何？
4. 推铅球竞赛时，运动员推出的铅球发射点高于地面，最佳的发射角应该为多少？

Ex2. 由抛射曲线参数方程,初始速度 $v_0 = 100$ 米/秒,取发射角 α 从0到900之间的30个不同值,构造矩阵X和Y,用两个矩阵的列向量绘制抛射曲线族

分析：绘制曲线簇最简方式是构造两个矩阵X和Y用`plot(X,Y)`绘图，根据要求，X和Y都是30个列向量构成的矩阵，它们的每列数据分别对应于不同发射角的抛射线横坐标和纵坐标。所以，由30个发射角计算出对应的飞行时间，再由飞行时间计算出30个同维数的列向量描述飞行过程，形成矩阵t。最后将角度不同的初始速度按列乘到矩阵t，便可以计算出X和Y。

用矩阵绘制抛射曲线族程序

```
alpha=pi*(1:30)/60;  
v0=100;g=9.8;T=2*v0*sin(alpha)/g;  
t=(0:16)'*T/16;  
X=v0*t*diag(cos(alpha));  
Y=v0*t*diag(sin(alpha))-g*t.^2/2;  
plot(X,Y,'k')
```



程序设计：

录入→运行→修改→

- 1.在代码窗口录入程序；
- 2.保存为文件名为mlab11；
- 3.极小化代码窗口；
- 4.回到命令窗口,输入文件名: mlab11(运行程序)；
- 5.如果出错,再回到代码窗口修改，再运行

.....

