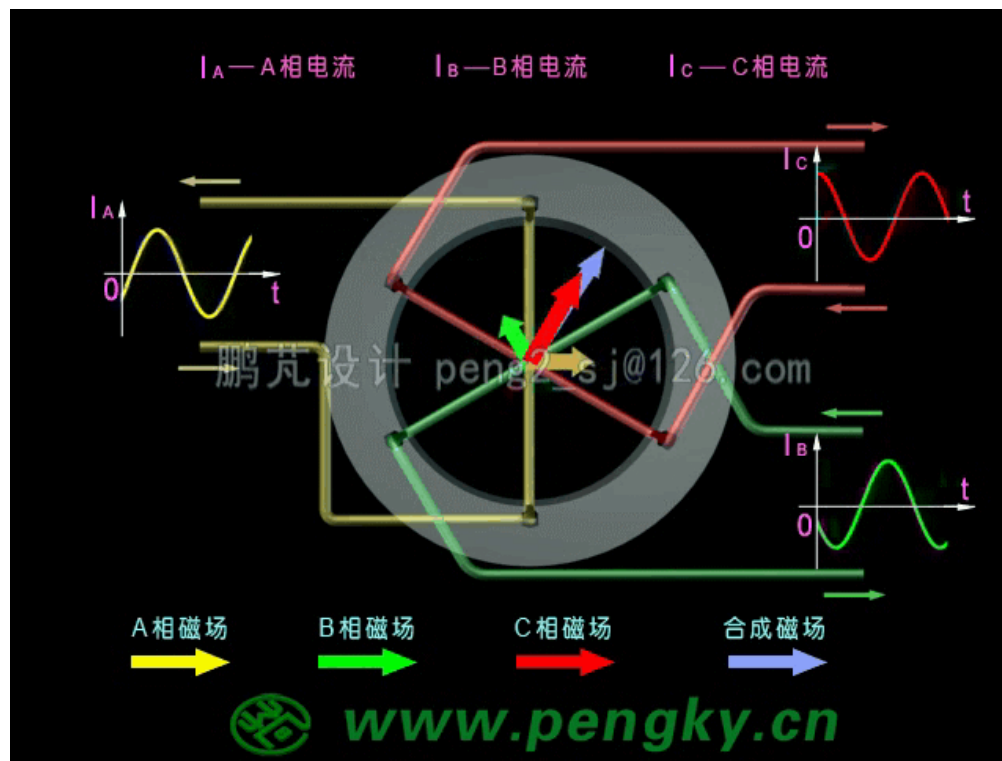




第6章 交流电机电枢绕组的电动势 与磁通势





- 一. 交流电机电枢绕组的电动势
- 二. 交流电机电枢绕组
- 三. 交流电机电枢单相绕组产生的磁通势
- 四. 三相电枢绕组产生的磁通势
- 五. 两相电枢绕组产生的磁通势



概 述

交流电机包括异步电机（感应电机）和同步电机两大类，尽管两者的结构和运行原理不同，但电机内部的电磁现象和机电能量转换的原理有许多相似之处。

无论是异步电机还是同步电机，其定子上都有一套交流绕组，其作用是流过电流产生气隙磁场，或切割磁场产生感应电动势，从而产生电磁转矩，实现机电能量转换。

交流电机的电枢绕组及其建立的感应电动势与磁通势，称为交流电机的共同问题。



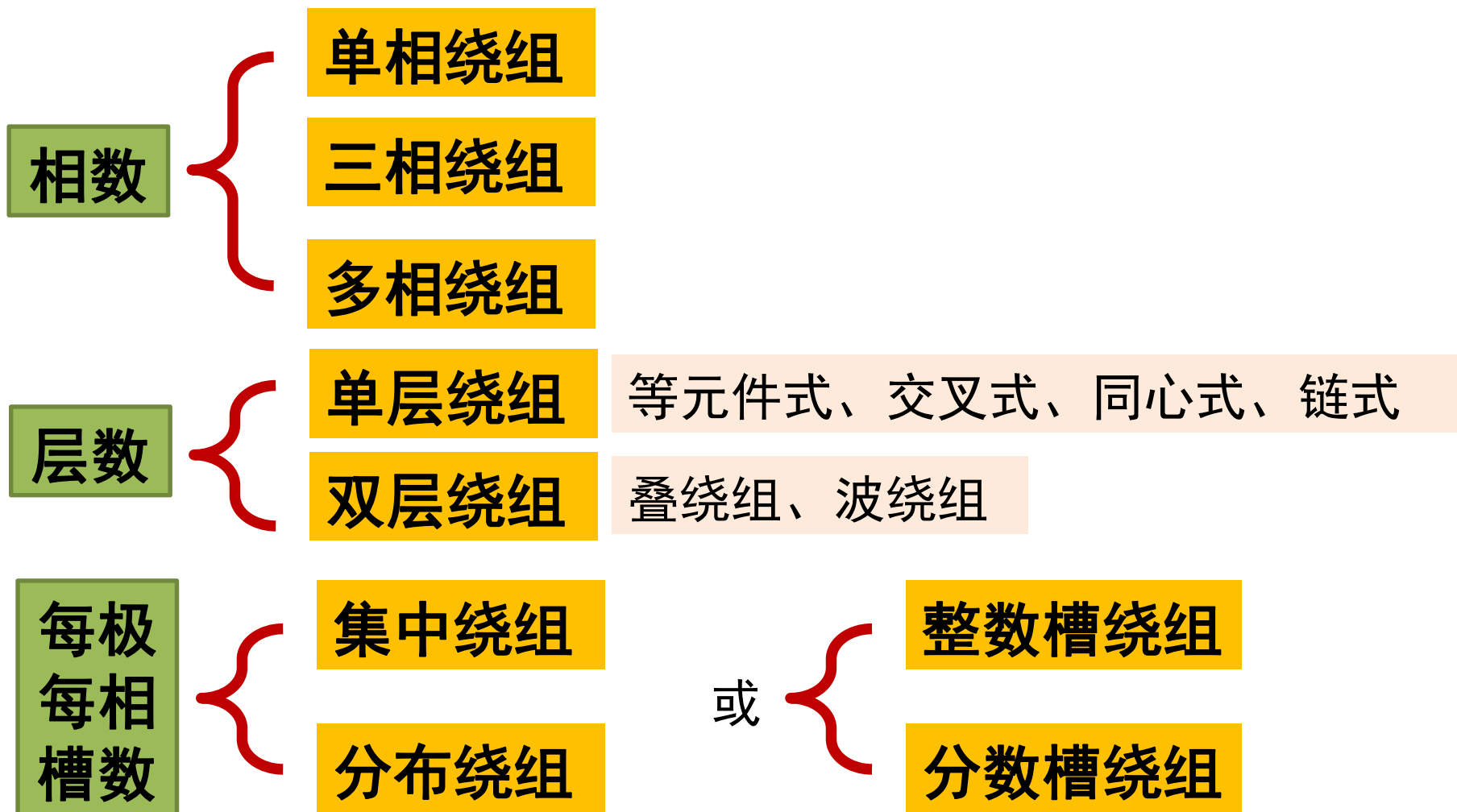
■ 对交流绕组的基本要求及分类

基本要求

- 1、交流绕组流过电流后必须形成所希望的**磁场极数**。
- 2、多相绕组**必须对称**。 m 相绕组的**匝数、跨距、线径**及在圆周上的**分布情况相同**，且 m 相绕组的**轴线**在空间上**互差电角度**。
- 3、交流绕组所建立的**磁动势空间分布**须接近**正弦**，且绕组中的**感应电动势**随时间按**正弦变化**。
- 4、在一定的导体数下，建立的**磁场最强**且产生的**感应电动势最大**。
- 5、用铜量少，下线方便，强度好（绝缘性能好，机械强度高，散热条件好）。

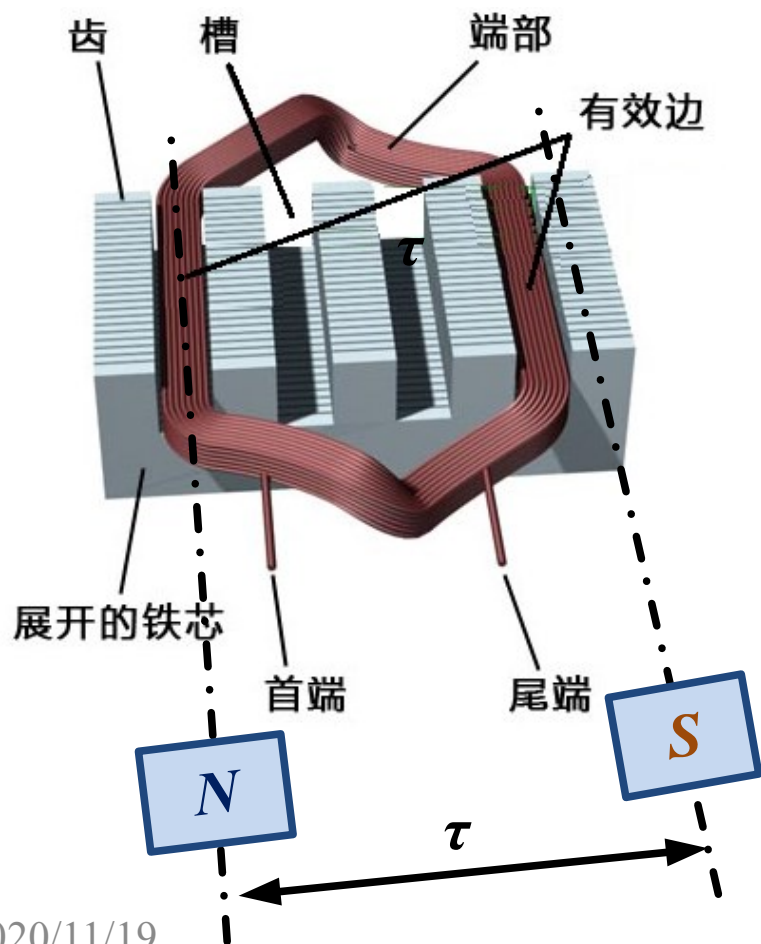


交流绕组的分类



交流绕组的基本数据

1、线圈



2、极距 τ ：相邻两个磁极中心线间的距离。

$$\tau = \frac{Z}{2p} \quad (\text{槽数表示})$$

$$\tau = \frac{\pi D}{2p} \quad (\text{弧长表示})$$

$$\tau = 180^\circ \quad (\text{电角度表示})$$

3、节距 y_1 ：线圈两个有效边所跨的距离（槽数）。

$$y_1 = \tau \quad (\text{整距})$$

$$y_1 < \tau \quad (\text{短距})$$

$$y_1 > \tau \quad (\text{长距})$$



4、机械角度 β ：从几何观点，电机圆周一周为 360° 。

5、电角度 α ：从电磁观点，每经过 $N-S$ 一对极，磁场的空间分布或线圈中的感应电动势将交变一次，故将一对极所占的空间角视为 360° ，称为电角度。

$$\text{电角度 } \alpha = p \times \text{机械角度 } \beta$$

6、机械角速度 Ω ：

$$\Omega = \frac{2\pi n}{60} \text{ (rad/s)}$$

7、电角速度 ω ：

$$\omega = p\Omega = \frac{2\pi pn}{60} \text{ (rad/s)}$$

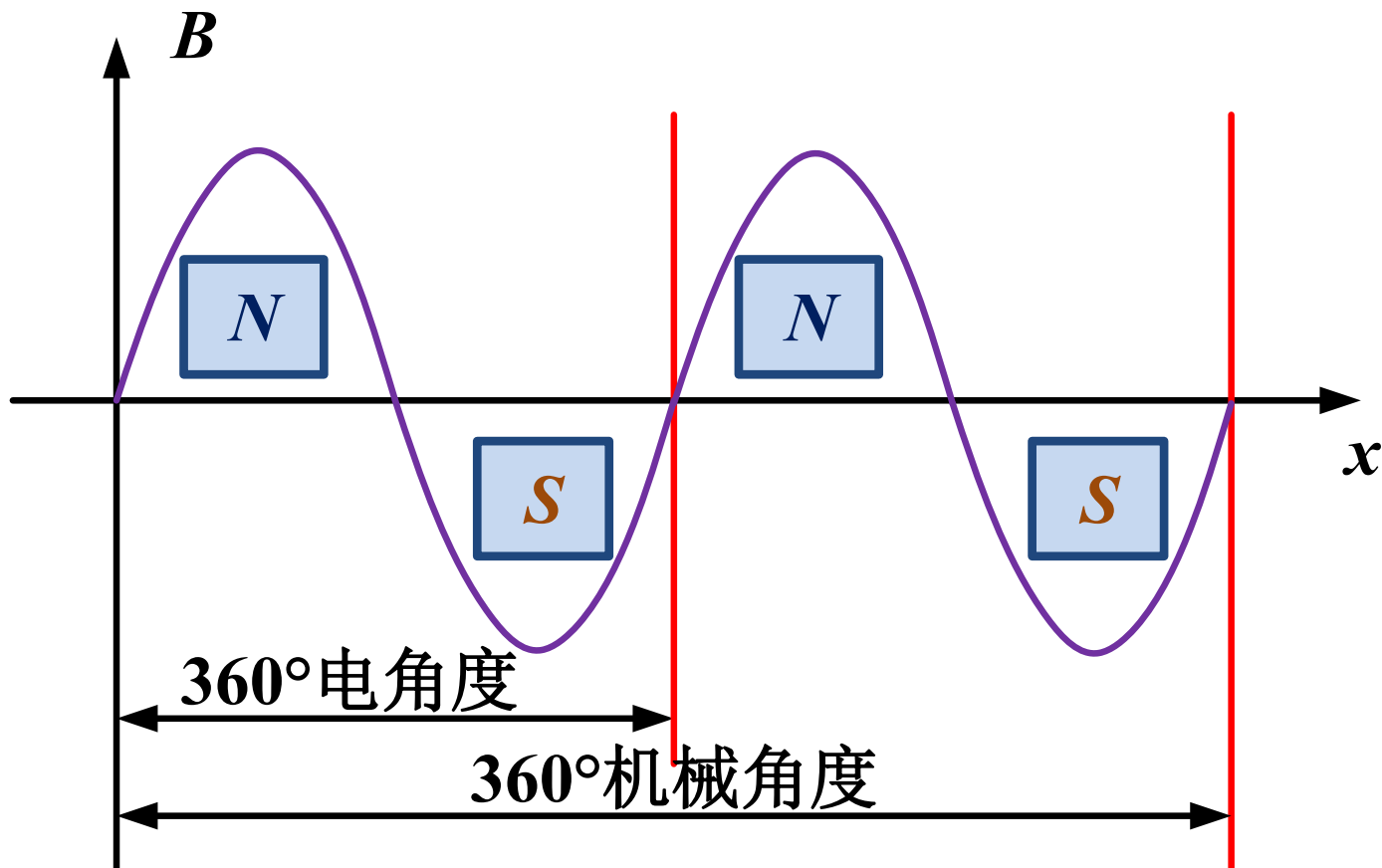
8、每极每相槽数 q ：每极下每相所占的槽数。

$$q = \frac{Z}{2mp}$$

9、槽距角 α ：相邻两槽之间的距离用电角度表。

$$\alpha = \frac{p \times 360^\circ}{Z}$$

10、相带：每相绕组在一个极距内所连续占有的空间（用电角度表示）称为相带。



机械角度与电角度



- 一. 交流电机电枢绕组的电动势
- 二. 交流电机电枢绕组
- 三. 交流电机电枢单相绕组产生的磁通势
- 四. 三相电枢绕组产生的磁通势
- 五. 两相电枢绕组产生的磁通势

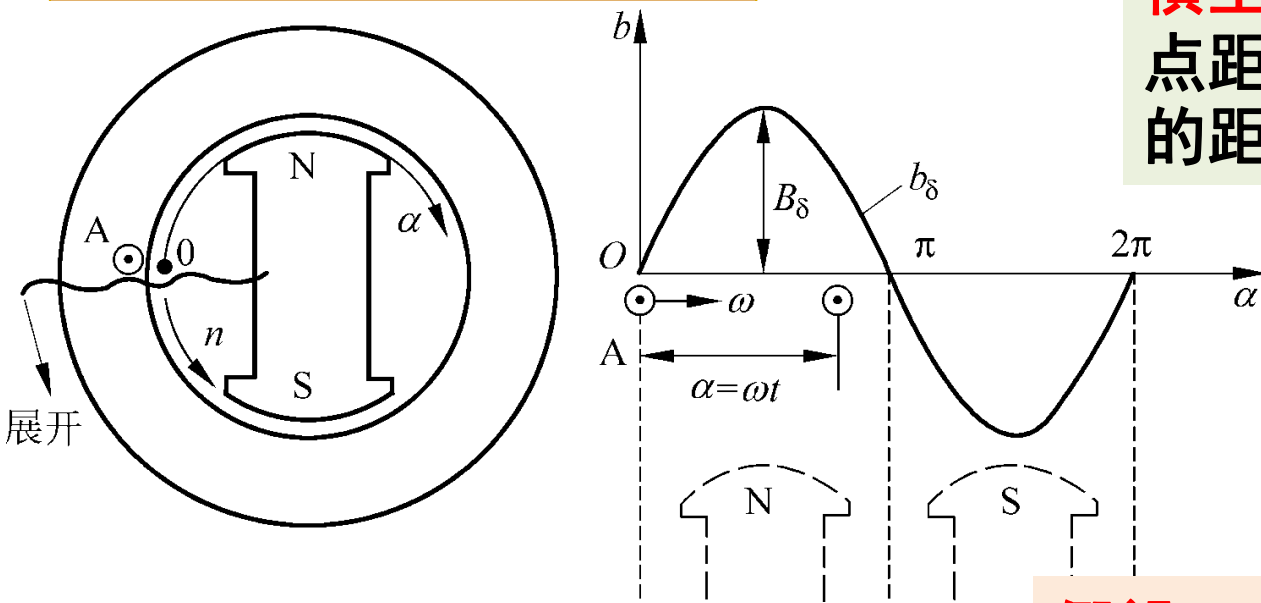


一. 交流电机电枢绕组的电动势

本节学习要点：

1. 熟悉导体、线匝、线圈和线圈组 **电动势计算**

1、导体的电动势



横坐标：代表磁极表面各点距离坐标原点（导体）的距离，用电角度 α 表示。

纵坐标：代表气隙磁密，正方向为磁通从磁极到定子方向。

以简单同步发电机模型为例

导体A中感应的基波电动势瞬时值：

$$e = b_\delta lv = B_\delta lv \sin \omega t = E_m \sin \omega t$$

基波感应电动势最大值 $E_m = B_\delta lv$

假设：气隙磁场只有沿气隙圆周正弦分布基波（波长=极距）磁密波。

$$b_\delta = B_\delta \sin \alpha = B_\delta \sin \omega t$$

气隙磁密最大值



导体A中的基波感应电动势**最大值**:

气隙**每极基波磁通量** $\Phi = B_{av} l \tau$

$$E_m = B_{\delta} l v = \frac{\pi}{2} \left(\frac{2}{\pi} B_{\delta} \right) l (2\tau f) = \pi f B_{av} l \tau = \pi f \Phi$$

$$v = 2p\tau \frac{n}{60} = 2\tau f$$

气隙磁密**平均值**

$$B_{av} = \frac{2}{\pi} B_{\delta}$$

导体A中的基波感应电动势**有效值**:

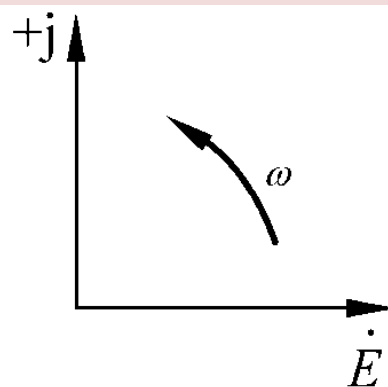
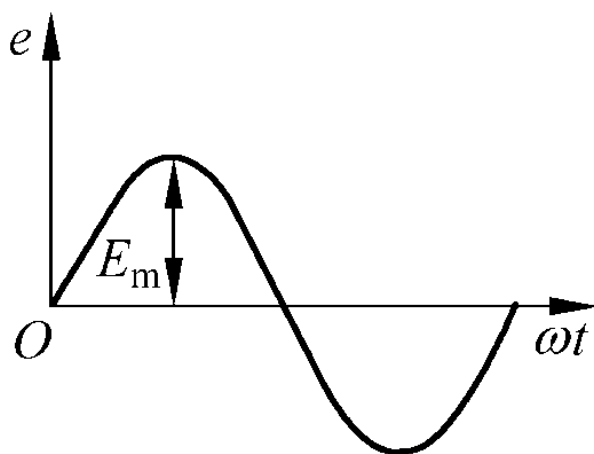
$$E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \pi f \Phi = 2.22 f \Phi$$

导体A中的基波感应电动势**相量表示法**:

$$\dot{E} = E \angle 0^\circ$$

结论

1、导体 A 感应的基波电动势波形及相量表示



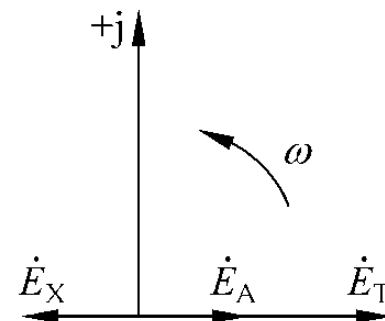
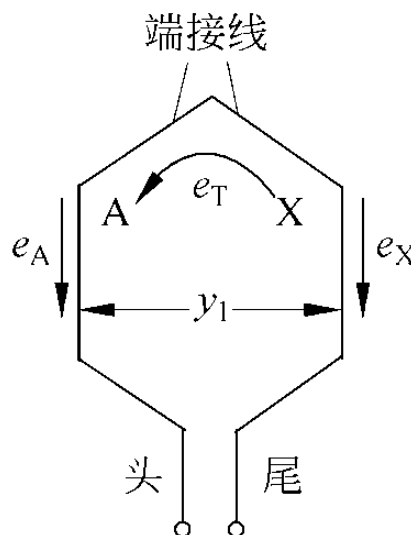
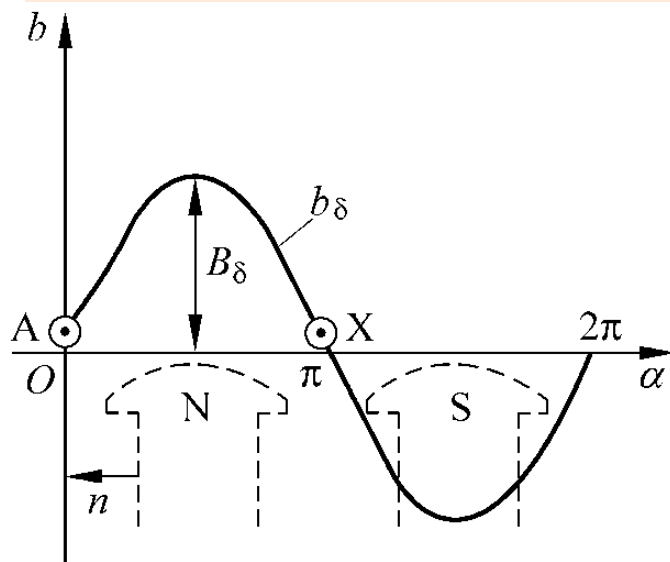
2、感应电动势的角频率等于基波磁场的旋转电角速度。故感应电动势的交变频率为：

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \frac{2\pi p n}{60} = \frac{pn}{60}$$

3、线圈中的感应电动势在时间上落后其磁通为 90° 电角度。

2、整距线匝电动势

整距线匝：相距一个极距（ 180° 空间电角度或 π 弧度）的两根导体 A 和 X 并连成一个**整距线匝**。



整距线匝感应基波电动势

整距线匝基波电动势：

$$\dot{E}_T = \dot{E}_A - \dot{E}_X$$



$$E_T = 2E_A = 4.44f\Phi$$



3、整距线圈电动势

整距线圈：表示 N_y 匝整距线圈串联。

线圈匝数 N_y

整距线圈基波电动势：

$$E_y = N_y E_T = 4.44 f N_y \Phi$$

注意

一个线圈与一个磁密为空间正弦分布的磁场相切割时产生的切割电动势与线圈环链的是一个正弦变化的磁场时产生的变压器电动势是完全一样的。

4、短距线圈电动势

$$0 < y < 1$$

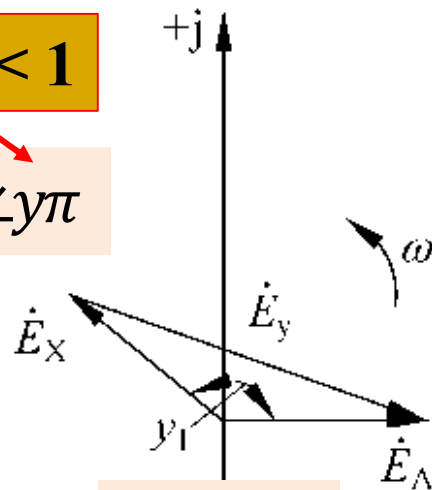
短距线圈基波电动势：

$$\dot{E}_y = \dot{E}_A - \dot{E}_X = E_A \angle 0^\circ - E_A \angle y\pi$$

$$\Rightarrow E_y = 2 \times E_A \sin \frac{y\pi}{2} = 4.44 f N_y \Phi \sin \frac{y\pi}{2} = 4.44 f N_y \Phi k_p$$

基波短距系数

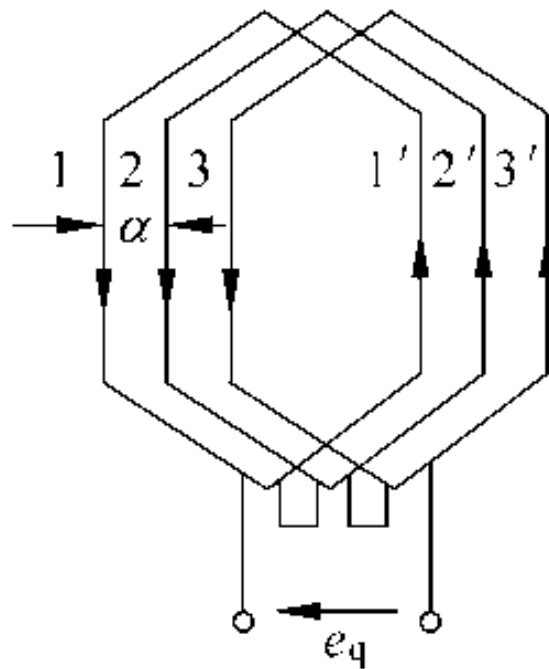
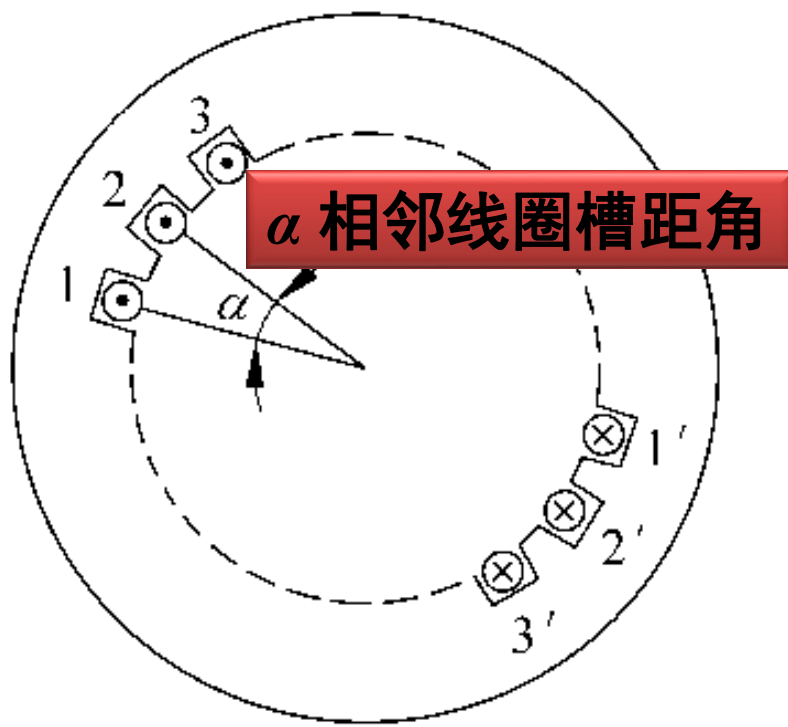
$$k_p = \sin \frac{y\pi}{2}$$



相量图

5、整距分布线圈组的电动势

线圈组：在电机定子槽内可均匀按放多个线圈，它们匝数相等，按头尾彼此连接，串联起来。



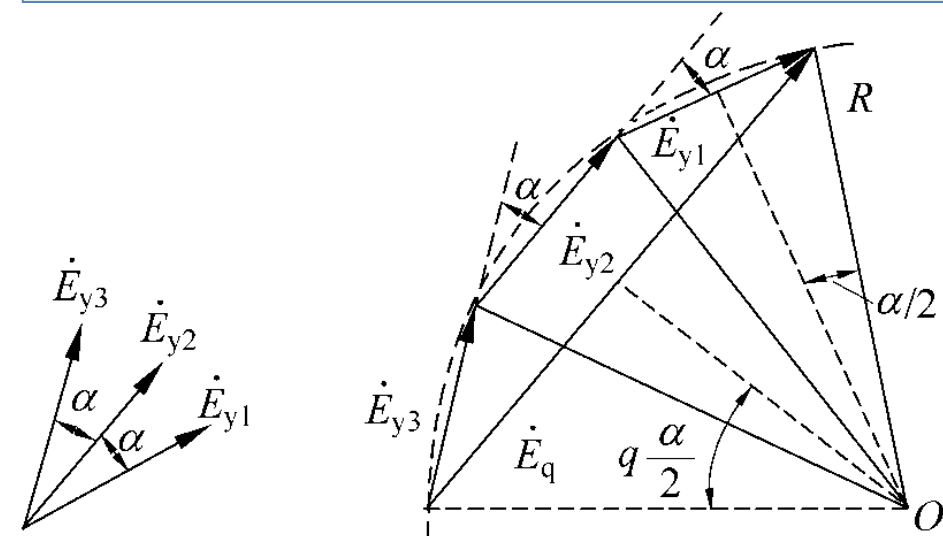
考虑 q 个整距线圈在定子上依次分布，根据几何学做出它们的外接圆，半径为 R 。

整距线圈基波电动势：

$$E_y = 2R \sin \frac{\alpha}{2}$$

整距线圈组基波电动势：

$$E_q = 2R \sin \frac{q\alpha}{2}$$



基波分布系数

$$k_d = \frac{q \text{ 个线圈基波电动势矢量和}}{q \text{ 个线圈基波电动势代数总和}} = \frac{E_q}{qE_y} = \frac{2R \sin \frac{q\alpha}{2}}{q2R \sin \frac{\alpha}{2}} = \frac{\sin \frac{q\alpha}{2}}{q \sin \frac{\alpha}{2}}$$

$$E_q = qE_y k_d$$

注意

分布系数 k_d 是一个小于1的数。它的意义是：由于各个线圈是分布的，线圈组的总基波电动势 **比** 把各线圈集中在一起时的基波电动势要 **小**。

整距线圈基波电动势：

$$E_y = 4.44fN_y\Phi$$

短距线圈基波电动势：

$$E_y = 4.44fN_y\Phi k_p$$

分布线圈组基波电动势：

$$E_q = qE_y k_d$$

基波短距系数

$$k_p = \sin \frac{y\pi}{2}$$

基波分布系数

$$E_q = 4.44fqN_y k_d k_p \Phi = 4.44fqN_y k_{dp} \Phi$$

基波电动势绕组系数



- 一. 交流电机电枢绕组的电动势
- 二. 交流电机电枢绕组**
- 三. 交流电机电枢单相绕组产生的磁通势
- 四. 三相电枢绕组产生的磁通势
- 五. 两相电枢绕组产生的磁通势



二. 交流电机电枢绕组

本节学习要点：

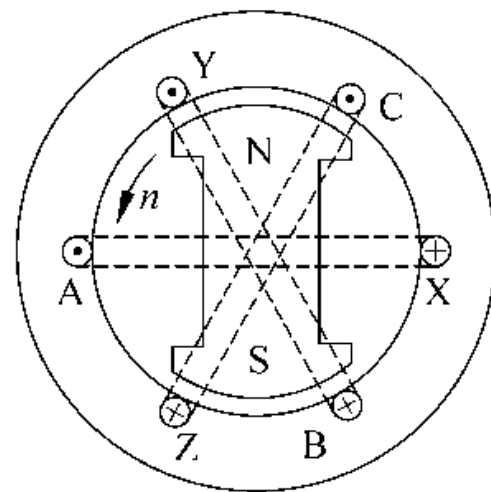
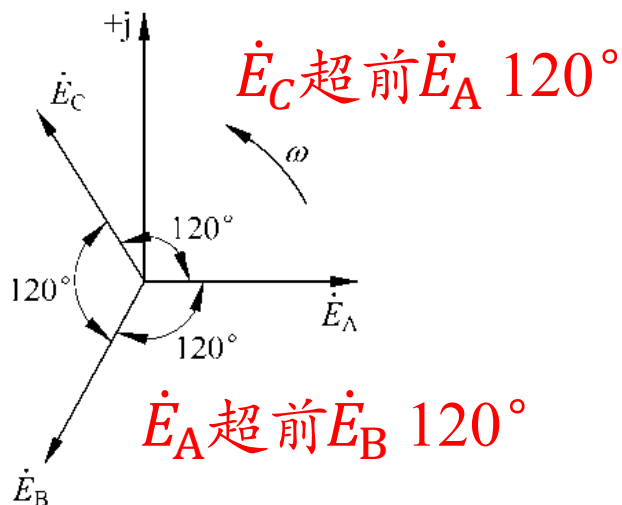
1. 了解三相单层绕组的绕制规律
2. 了解三相双层绕组的绕制规律
3. 掌握相绕组中基波感应电动势的计算
4. 了解相绕组中高次谐波感应电动势的计算
5. 了解削弱相绕组中高次谐波电动势的方法

1、三相单层绕组

每槽内只有一个线圈边。
总线圈数 = $1/2$ 槽数

☞ 三相集中单层整距绕组

- ① 将三个集中整距绕组（A相绕组、B相绕组及C相绕组），按照 120° 电角度放在定子内表面。
- ② 根据转子转向，把B相线圈放A相线圈前面 120° 处，把C相线圈放在B相线圈前面 120° 处。



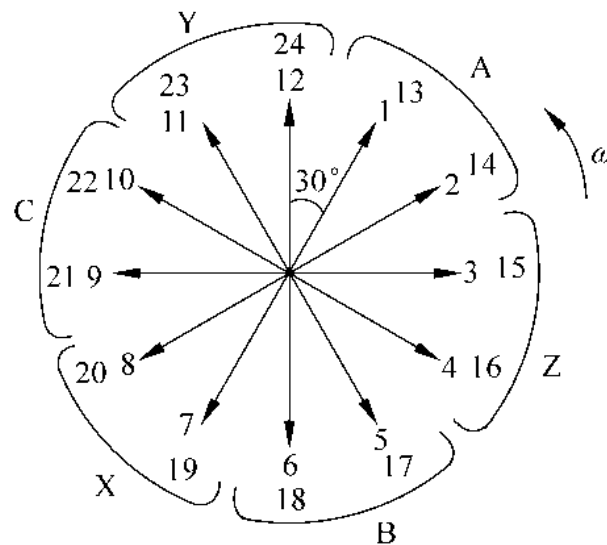
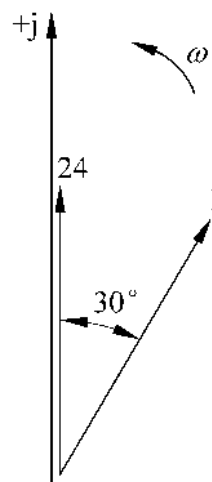
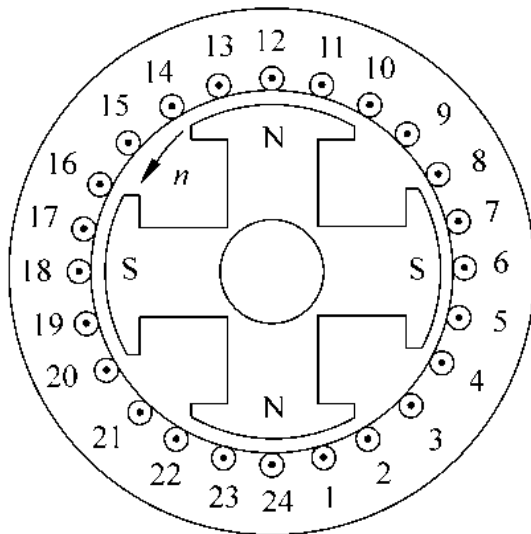
☞ 三相单层分布绕组

已知某电机定子总槽数 $Z=24$ ，极对数 $p=2$ ，试连接成**三相单层分布组**。

① 先计算定子相邻两槽间的槽矩角 α

$$\alpha = \frac{p \times 360^\circ}{Z} = \frac{2 \times 360^\circ}{24} = 30^\circ$$

② 画基波电动势星形相量图



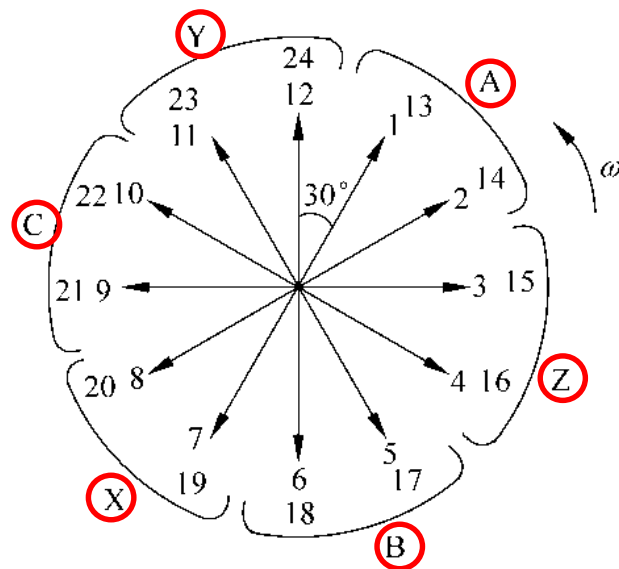
③ 按 60° 相带法分相

每个磁极所占空间电角度为 180° ，需安放三相绕组，则每个磁极下每相所占空间为 60° 电角度。

用槽数 q 来表示相带

$$q = \frac{Z}{2mp} = \frac{24}{2 \times 3 \times 2} = 2$$

按逆相量旋转方向标上 A, Z, B, X, C, Y。



④ 画绕组连接图

叠绕组（等元件式）

演变（各导体相属及其电流方向不变，仅改变端部连接）

- 1、链式绕组
- 2、交叉式绕组
- 3、同心式绕组

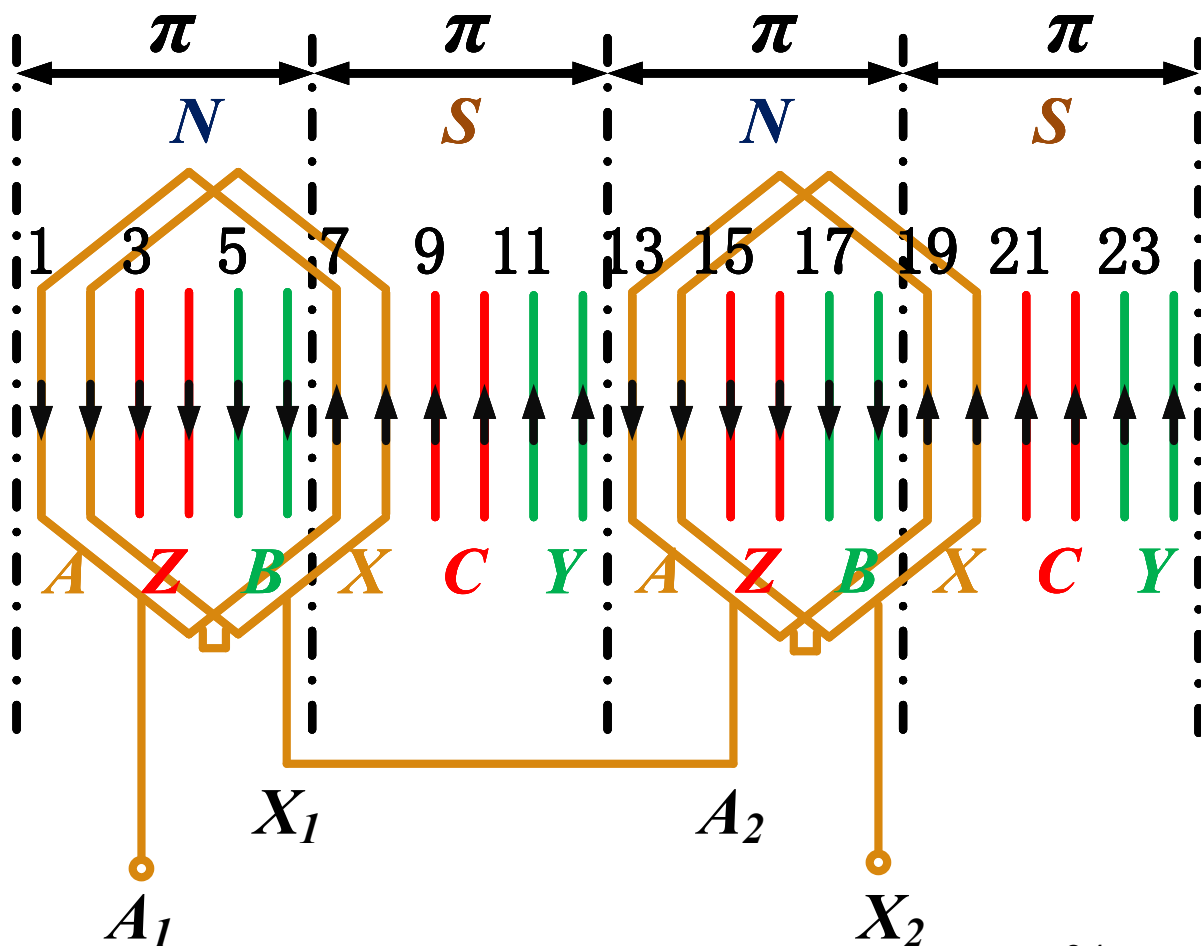
叠绕（等元件式）

第一步：画槽、分极、分相。（按 N 、 S 、 N 、 S 分极；按 A 、 Z 、 B 、 X 、 C 、 Y 划分相带）

第二步：假定电流方向。（相邻异性磁极下电流方向相反原则， $N \downarrow$ 、 $S \uparrow$ ）

第三步：连线。（将同一相的线圈组按一定的要求连成一相绕组）

$Z=24, 2p=4, q=2, y_1=6$ 时
单层相绕组展开图





结论

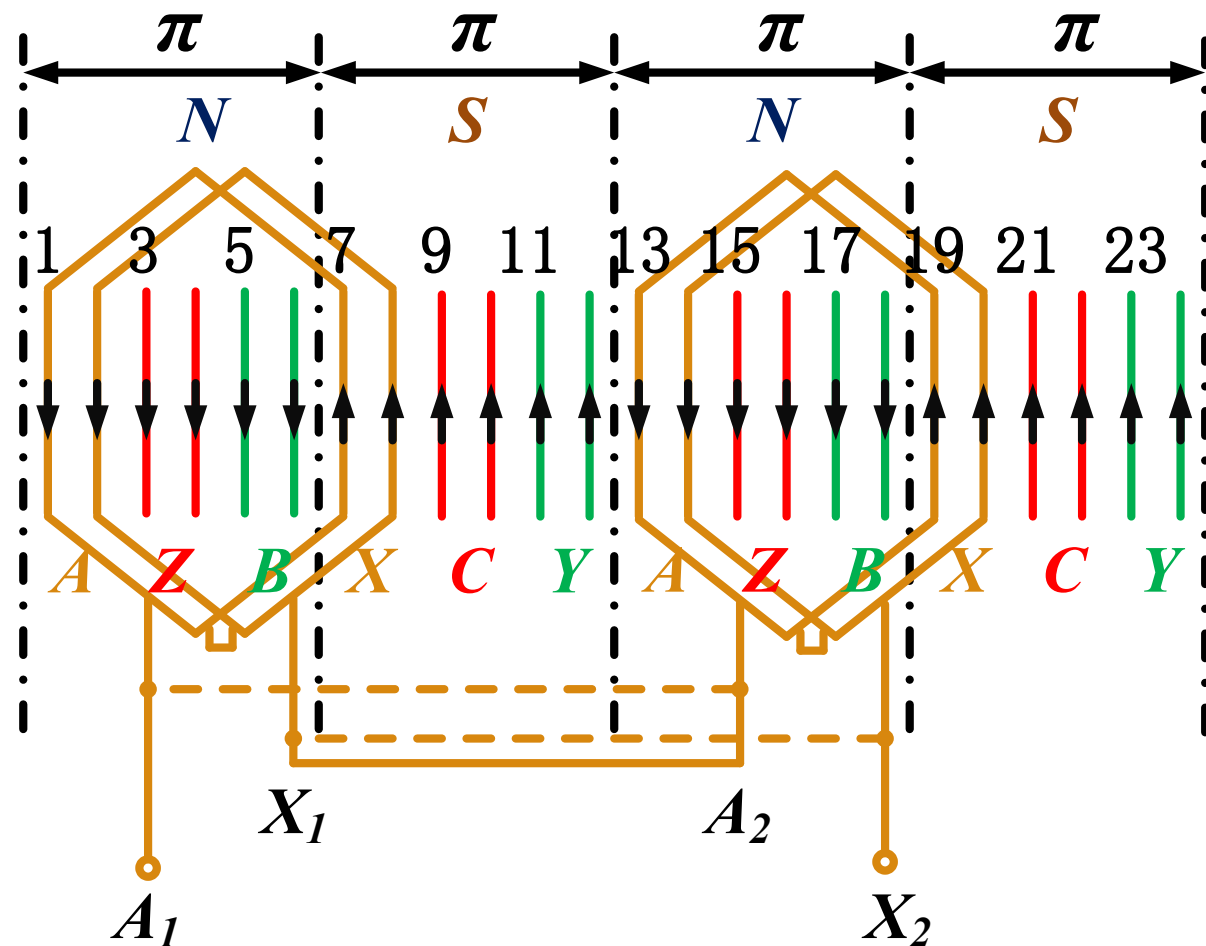
单层绕组的**优点**是每槽只有一个元件边，下线方便，槽利用率高；且端部的改接可以**省铜**。

从电磁的观点看，无论端部如何改接，每根导体的相属及其电流方向不变，因而**一相绕组产生的磁场和感应电动势与单层等元件式是相同的**。因而**单层绕组均为等效整距绕组**，无法利用绕组短矩来改善感应电动势及磁场波形。

⑤ 确定绕组并联数

如果要求感应电势高，则将 A_1X_1 与 A_2X_2 串联连接，叫串连接法；

如果要求输出电流大，则应将两个线圈组并联起来，并联支路数用 a 来表示。





⑥ 计算相电动势

每极每相线圈组的基波电动势

$$E_y = 4.44fN_y\Phi$$

$$E_{A_1X_1} = E_{A_2X_2} = qE_yk_d = 4.44fqN_yk_d\Phi$$

单层绕组最多的支路数 = 极对数 p 。

若考虑并联支路数 a 后，每相基波电动势

$$E_\phi = 4.44fqN_yk_d p \frac{1}{a} \Phi = 4.44f \frac{pqN_y}{a} k_d \Phi = 4.44f N k_d \Phi$$

式中 $N = \frac{pqN_y}{a}$ 为一相串联的总匝数。



2、三相双层绕组

每槽内有两个线圈边。线圈数 = 槽数

双层结构可采用短距绕组，用以改善波形。

已知电机槽数 $Z=36$ ，极对数 $p=2$ ，节距 $y_1=7$ 个槽，试连接成三相双层短距分布绕组。

① 先计算定子相邻两槽间的槽矩角 α

$$\alpha = \frac{p \times 360^\circ}{Z} = \frac{2 \times 360^\circ}{36} = 20^\circ$$

② 画基波电动势星形相量图

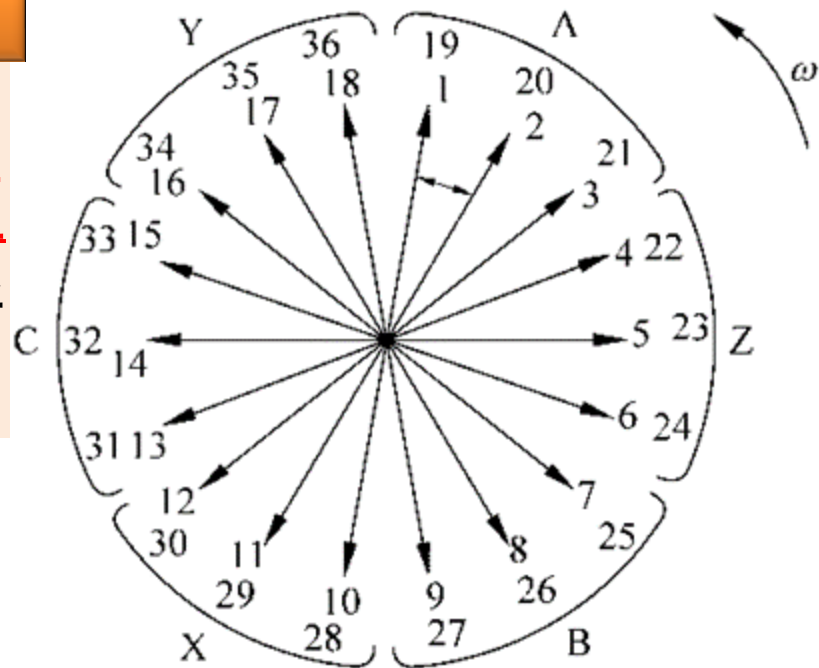
双层绕组电动势星形相量图中的每个相量，代表一个短距线圈的电动势，而不是导体的电动势。

③ 按 60°相带法分相

用槽数 q 来表示相带

$$q = \frac{Z}{2mp} = \frac{36}{2 \times 3 \times 2} = 3$$

按逆相量旋转方向标上A,Z,B,X,C,Y。



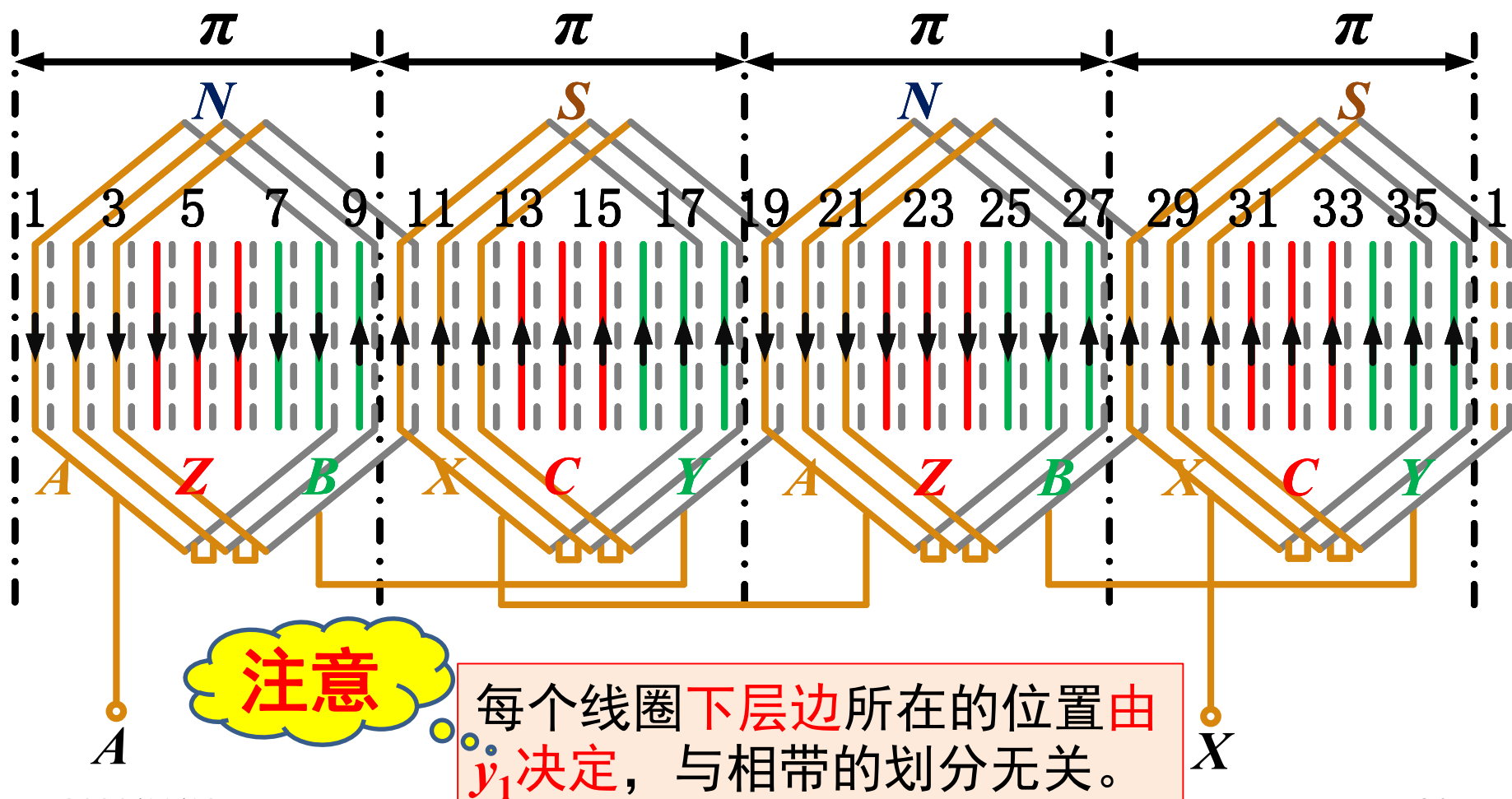
④ 画绕组连接图

叠绕组

波绕组

叠绕组

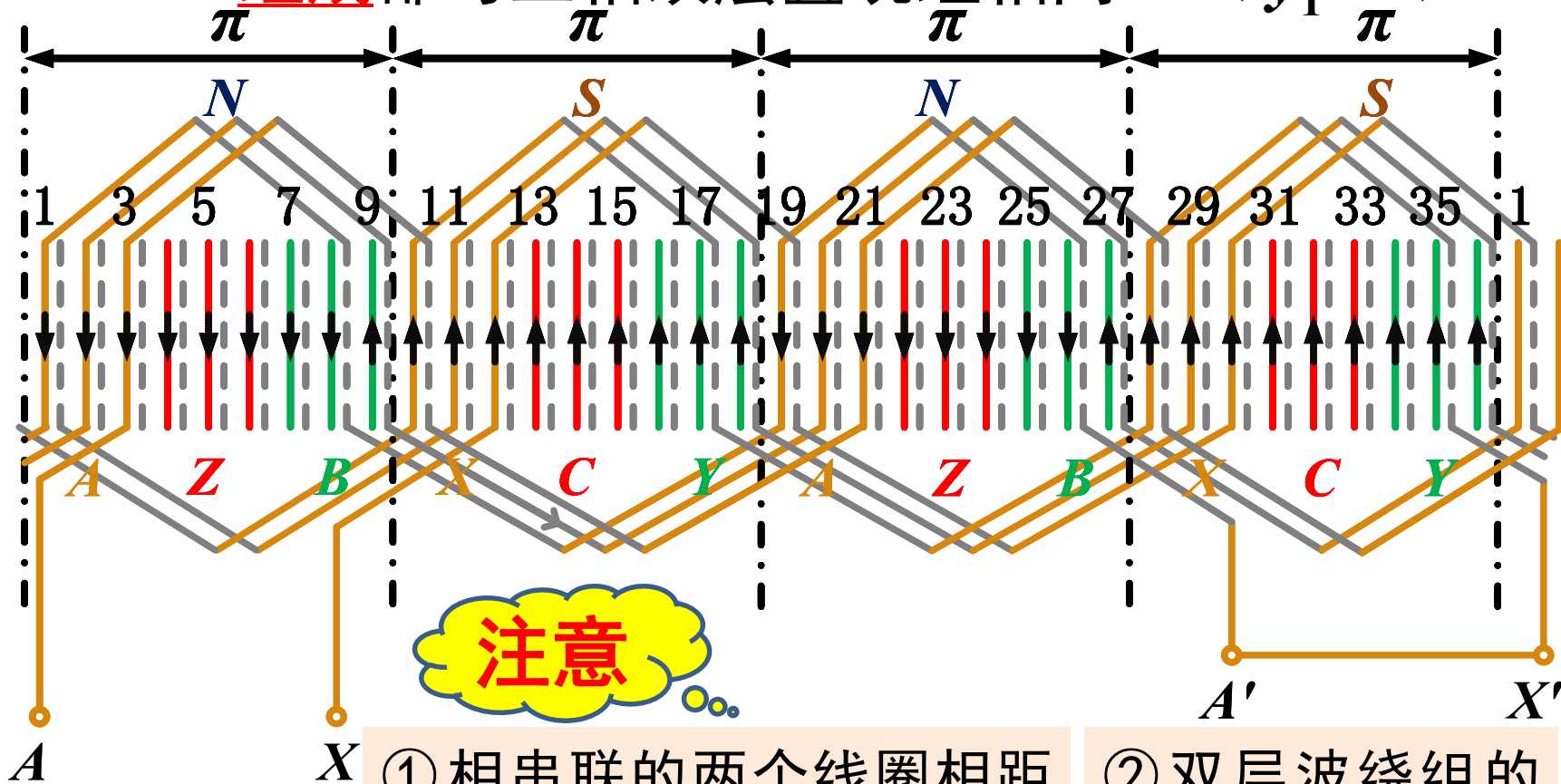
第一步：画槽、分极、分相； **第二步：**假定电流方向；
第三步：连线， $y_1=7$ 。





波绕组

波绕组的绕组数据计算、相带划分及线圈组成都与三相双层叠绕组相同。（ $y_1=7$ ）



注意

① 相串联的两个线圈相距 2个极距，每串联 p 个线圈时人为 后退一个槽；

② 双层波绕组的
并联支路数与极对数无关。



⑤ 确定绕组并联数

叠绕组：并联支路数最少 $a=1$ 最多 $a=2p$ ；

波绕组：并联支路数最少 $a=1$ 最多 $a=2$ 。

⑥ 计算相电动势

短距线圈基波电动势为 $E_y = 4.44f N_y k_p \Phi$

极相组基波电动势为 $E_q = 4.44f q N_y k_d k_p \Phi$

相绕组基波电动势为 $E_\phi = 4.44f N k_{dp} \Phi$

式中 $N = \frac{2pq}{a} N_y$ 每相串联匝数

$k_{dp} = k_d k_p$ 为基波绕组系数。



例题6-4 一台三相异步电动机，定子采用双层短距分布绕组。已知定子总槽数 $Z=36$ ，极对数 $p=3$ ，线圈的节距 $y_1=5$ 槽，每个线圈串联的匝数 $N_y=20$ ，并联支路数 $a=1$ ，频率 $=50\text{Hz}$ ，基波每极磁通量 $\Phi=0.00398\text{Wb}$ ，求：（1）导体基波电动势（2）线匝基波电动势（3）线圈基波电动势（4）极相组基波电动势（5）相绕组基波电动势。

解：

（1）导体基波电动势

$$E = 2.22f\Phi = 2.22 \times 50 \times 0.00398 = 0.442 \text{ V}$$

（2）计算基波短距系数

$$\because \tau = \frac{Z}{2p} = \frac{36}{2 \times 3} = 6 \therefore y = \frac{y_1}{\tau} = \frac{5}{6}, \rightarrow k_p = \sin y \frac{\pi}{2} = \sin \frac{5\pi}{6} = 0.966$$

线匝基波电动势

$$E_T = 4.44f k_p \Phi = 4.44 \times 50 \times 0.966 \times 0.00398 = 0.854 \text{ V}$$



例题6-4 一台三相异步电动机，定子采用双层短距分布绕组。已知定子总槽数 $Z=36$ ，极对数 $p=3$ ，线圈的节距 $y_1=5$ 槽，每个线圈串联的匝数 $N_y=20$ ，并联支路数 $a=1$ ，频率 $=50\text{Hz}$ ，基波每极磁通量 $\Phi=0.00398\text{Wb}$ ，求：（1）导体基波电动势（2）线匝基波电动势（3）线圈基波电动势（4）极相组基波电动势（5）相绕组基波电动势。

（3）线圈基波电动势

$$E_y = 4.44f N_y k_p \Phi = N_y E_T = 20 \times 0.854 = 17\text{V}$$

（4）每极每相的槽数（线圈数）与槽距角

$$q = \frac{Z}{2mp} = \frac{36}{2 \times 3 \times 3} = 2, \quad \alpha = \frac{p \times 360^\circ}{Z} = \frac{3 \times 360^\circ}{36} = 30^\circ$$

基波分布系数与绕组系数

$$k_d = \frac{\sin q \frac{\alpha}{2}}{q \sin \frac{\alpha}{2}} = \frac{\sin 2 \times \frac{30^\circ}{2}}{2 \sin \frac{30^\circ}{2}} = 0.965, \quad \rightarrow k_{dp} = k_d k_p = 0.932$$



例题6-4 一台三相异步电动机，定子采用双层短距分布绕组。已知定子总槽数 $Z=36$ ，极对数 $p=3$ ，线圈的节距 $y_1=5$ 槽，每个线圈串联的匝数 $N_y=20$ ，并联支路数 $a=1$ ，频率 $=50\text{Hz}$ ，基波每极磁通量 $\Phi=0.00398\text{Wb}$ ，求：（1）导体基波电动势（2）线匝基波电动势（3）线圈基波电动势（4）极相组基波电动势（5）相绕组基波电动势。

极相组基波电动势

$$E_q = 4.44 f q N_y k_d k_p \Phi = q k_d E_y = 2 \times 0.965 \times 17 = 32.81\text{V}$$

（5）每相绕组串联总匝数

$$N = \frac{2pq}{a} N_y$$

相绕组基波电动势

$$E_\varphi = 4.44 f N k_{dp} \Phi = \frac{2p}{a} E_q = \frac{2 \times 3}{1} \times 32.81 = 196.86\text{V}$$



3、绕组的谐波电动势

以凸极同步电动机定子中感应电动势为例

由于定、转子铁芯开槽及同步电机磁极形状等原因，气隙磁场沿圆周并非正弦分布。基波及 v 次谐波均以与转子相同的转速切割定子绕组，产生基波及各次谐波感应电动势。

谐波极对数： p 切割速度： $n_v = n$

谐波电动势： $E_{\phi v} = 4.44 f_v N k_{dpv} \Phi_v$ vs.

基波电动势：

$E_{\phi} = 4.44 f N k_{dp} \Phi$

其中： $f_v = \frac{vp n}{60} = v f$

短距系数：

$k_{pv} = \sin v y \frac{\pi}{2}$

谐波绕组系数： $k_{dpv} = k_{pv} k_{dv}$ 分布系数：

$k_{dv} = \frac{\sin q \frac{v \alpha}{2}}{q \sin \frac{v \alpha}{2}}$

$\Phi_v = \frac{2}{\pi} B_{\delta v} l \tau_v = \frac{2}{\pi} B_{\delta v} l \frac{\tau}{v}$ vs.

$\Phi = \frac{2}{\pi} B_{\delta} l \tau$

气隙每极基波磁通量

高次谐波电动势的影响

相电动势: $e_{\phi}(t) = e_{\phi 1}(t) + e_{\phi 3}(t) + e_{\phi 5}(t) + \cdots + e_{\phi v}(t) + \cdots$

有效值: $E_{\phi} = \sqrt{E_{\phi 1}^2 + E_{\phi 3}^2 + E_{\phi 5}^2 + \cdots} = E_{\phi 1} \sqrt{1 + \left(\frac{E_{\phi 3}}{E_{\phi 1}}\right)^2 + \left(\frac{E_{\phi 5}}{E_{\phi 1}}\right)^2 + \cdots}$

影响

$$\because \frac{E_{\phi 3}}{E_{\phi 1}} \ll 1 \quad \therefore E_{\phi} \approx E_{\phi 1}$$

对相电动势幅值影响不大

- ① 电机相电动势的波形发生畸变；
- ② 电机损耗增加，温升升高，效率降低；
- ③ 高次谐波电流产生附加转矩，引起振动和噪声；
- ④ 高次谐波电流对相邻通讯设备和电子线路产生干扰；



削弱高次谐波电动势的方法

$$E_{\phi v} = 4.44 f_v N k_{dpv} \Phi_v$$

- ① 改善磁极形状，使磁场分布接近正弦；
- ② 使用对称三相绕组，其接法（Y、 Δ ）可消除线电动势中的 $(2k-1) \times 3$ 次谐波电动势；

三相电动势中三次谐波电动势：

$$e_{A3} = E_{m3} \cos 3\omega t$$

$$e_{B3} = E_{m3} \cos 3(\omega t - 120^\circ) = E_{m3} \cos 3\omega t$$

$$e_{C3} = E_{m3} \cos 3(\omega t + 120^\circ) = E_{m3} \cos 3\omega t$$

$$\dot{E}_{A3} = \dot{E}_{B3} = \dot{E}_{C3}$$

大小相等
相位相同

$$\text{Y接法: } \dot{E}_{AB,3} = \dot{E}_{A3} - \dot{E}_{B3} = 0$$

$$\Delta\text{接法: } \dot{E}_{A3} = \dot{E}_{B3} = \dot{E}_{C3} \Rightarrow \dot{I}_3 Z_3 = -\dot{E}_{\phi 3} \Rightarrow \dot{E}_{AB,3} = 0$$



③ 采用绕组短距削弱高次谐波电动势；

$$k_{pv} = \sin v\gamma \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{y}{\tau} = \frac{4}{5} \longrightarrow k_{p5} = \sin 5 \times \frac{4}{5} \times \frac{\pi}{2} = 0, \quad k_{p7} = 0.558$$

消除5次谐波

$$\frac{y}{\tau} = \frac{6}{7} \longrightarrow k_{p5} = 0.434, \quad k_{p7} = 0$$

消除7次谐波

$$\frac{y}{\tau} = \frac{5}{6} \longrightarrow k_{p5} = k_{p7} = 0.259$$

削弱5、7次谐波

④ 采用绕组分布削弱高次谐波电动势。

$$k_{dv} = \frac{\sin q \frac{v\alpha}{2}}{q \sin \frac{v\alpha}{2}}$$

$$q = 2 \rightarrow \begin{cases} k_{d1} = 0.966 \\ k_{p3} = 0.707 \\ k_{p5} = 0.259 \end{cases}$$



- 一. 交流电机电枢绕组的电动势
- 二. 交流电机电枢绕组
- 三. 交流电机电枢单相绕组产生的磁通势
- 四. 三相电枢绕组产生的磁通势
- 五. 两相电枢绕组产生的磁通势



三. 交流电机电枢单相绕组产生的磁通势

本节学习要点：

1. 掌握单相绕组建立的磁通势-脉振磁通势



为简化分析，假定：

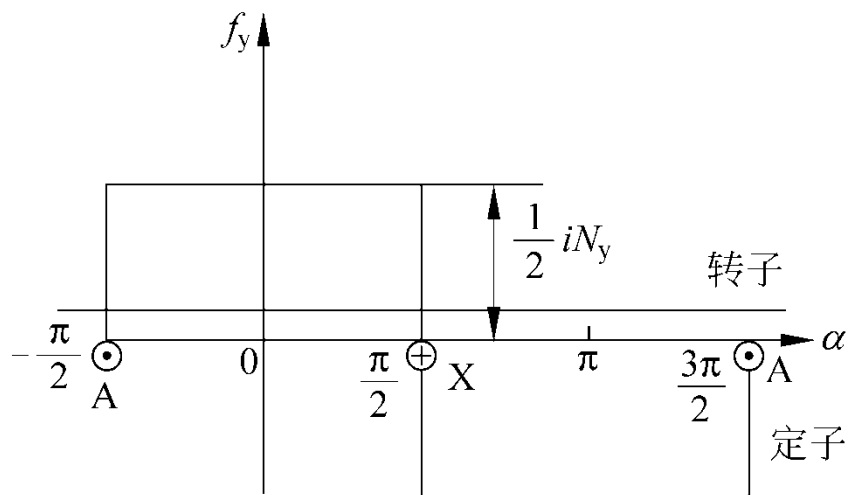
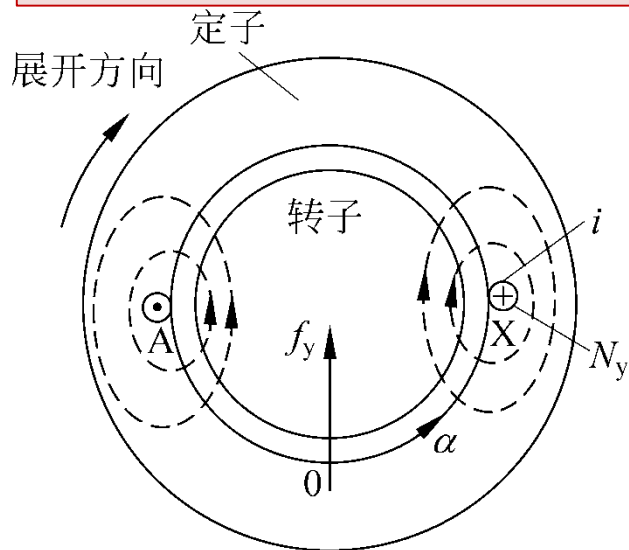
- ① 电流随时间按正弦规律变化（基波电流）；
- ② 槽内电流集中在槽中心处；
- ③ 气隙均匀；
- ④ 忽略铁心磁压降，**磁动势**全部降落在气隙上。

时空函数的概念：

交流电机中，定子绕组沿定子表面是分布的，其中的电流又是交变的，故建立的磁动势既是空间分布的，又是随时间变化的，是空间位置与时间的函数，称为“**时空函数**”

1、整距线圈的磁通势

整距线圈的磁通势表达式



整距线圈的磁通势：

$$f_y = \int_l H \cdot dl = \sum i = i N_y$$

$$f_y = \begin{cases} +\frac{1}{2} i N_y, & (-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}) \\ -\frac{1}{2} i N_y, & (\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}) \end{cases}$$

定子 → 转子

转子 → 定子



若线圈电流按余弦规律变化: $i = \sqrt{2}I \cos \omega t$ 则有:

$$f_y(\alpha, \omega t) = \begin{cases} +\frac{\sqrt{2}}{2} I N_y \cos \omega t, & (-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}) \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} I N_y \cos \omega t, & (\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}) \end{cases}$$

结论: 当定子电流为正弦时, 单个整距线圈所建立的磁动势沿圆周表面矩形波分布, 且矩形波的幅值随时间按正弦规律变化。

注意

脉振磁动势

空间位置不动,
幅值随时间变化。

脉振频率: $f = \frac{\omega}{2\pi}$

电流角频率



整距线圈的磁通势展开

对矩形波进行傅立叶分解，因关于纵轴对称，分解后只有奇次余弦项：

$$f_y(\alpha, \omega t) = C_1 \cos \alpha + C_3 \cos 3\alpha + C_5 \cos 5\alpha + \dots = \sum_{v=1}^{\infty} C_v \cos v\alpha$$

$$= f_{y1} + f_{y3} + f_{y5} + \dots$$

系数：

$$C_v = \frac{4}{\pi} \frac{1}{2} i N_y \frac{1}{v} \sin\left(v \frac{\pi}{2}\right) = \frac{4}{\pi} \frac{\sqrt{2}}{2} I N_y \cos \omega t \frac{1}{v} \sin\left(v \frac{\pi}{2}\right)$$

基波磁动势：

$$f_{y1}(\alpha, \omega t) = F_{y1} \cos \omega t \cos \alpha = \frac{4}{\pi} \frac{\sqrt{2}}{2} I N_y \cos \omega t \cos \alpha$$

幅值

最大幅值：

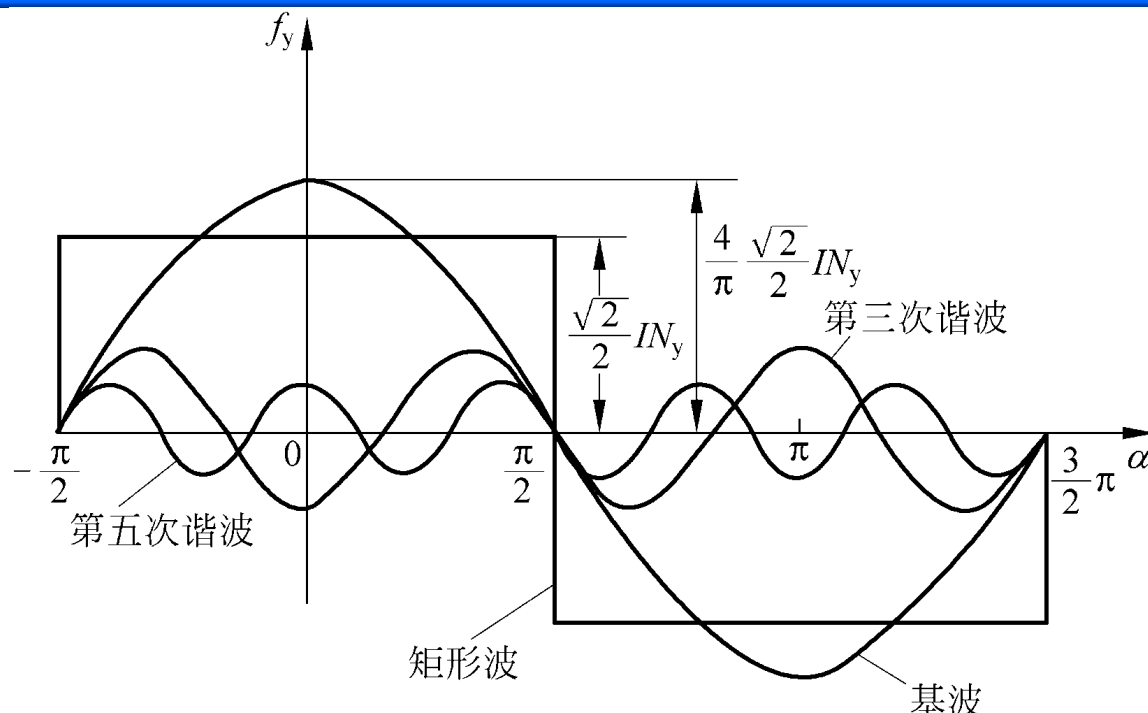
$$F_{y1} = \frac{4}{\pi} \frac{\sqrt{2}}{2} I N_y = 0.9 I N_y$$

v 次谐波磁动势：

$$f_{yv}(\alpha, \omega t) = F_{yv} \cos \omega t \cos v\alpha$$

最大幅值：

$$F_{yv} = \frac{1}{v} \frac{4}{\pi} \frac{\sqrt{2}}{2} I N_y = \frac{1}{v} \cdot (0.9 I N_y) = \frac{1}{v} F_{y1}$$



矩形波磁通势的基波及谐波分量

- ① 基波**极对数**与矩形波一样多， v 次谐波的极对数为基波的 **v 倍**；
- ② 基波及各谐波**磁通势幅值**随时间按电流正弦规律变化。



基波脉振磁通势

基波磁通势的数学式: $f_{y1}(\alpha, \omega t) = F_{y1} \cos \omega t \cos \alpha$

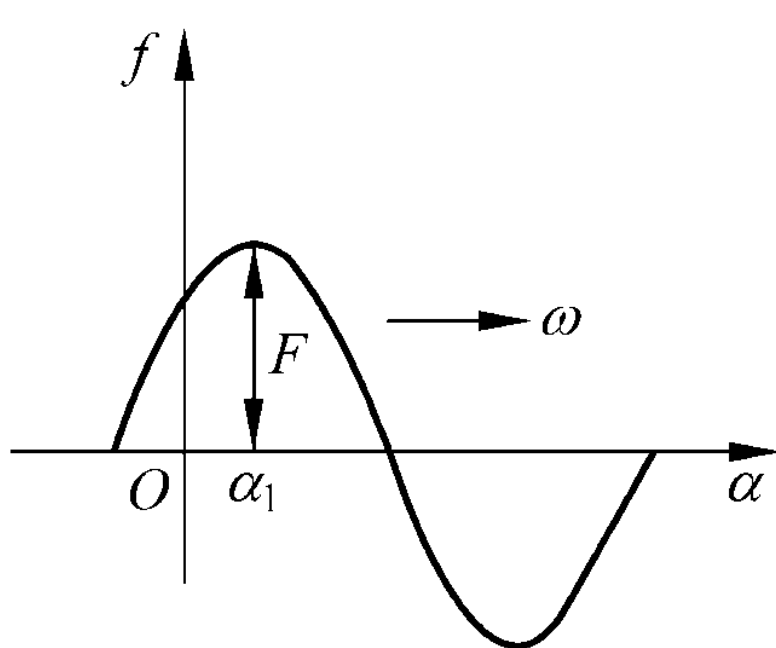
通过三角公式可把基波磁通势变为

$$\begin{aligned} f_{y1}(\alpha, \omega t) &= \frac{1}{2} F_{y1} \cos(\alpha - \omega t) + \frac{1}{2} F_{y1} \cos(\alpha + \omega t) \\ &= f'_{y1} + f''_{y1} \end{aligned}$$

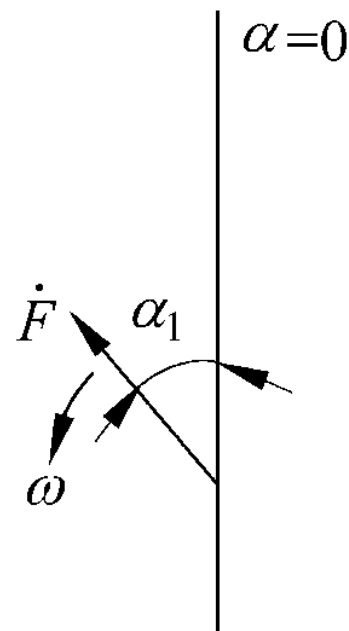
结论

- ① 一个脉振磁通势可分解为两个波长与脉振波相同的，分别朝相反方向转动的旋转波，旋转波的幅值是原脉振波最大幅值的一半；
- ② 当脉振波幅值为最大值时，两个旋转波正好重叠在一起。

用空间矢量表示的磁通势



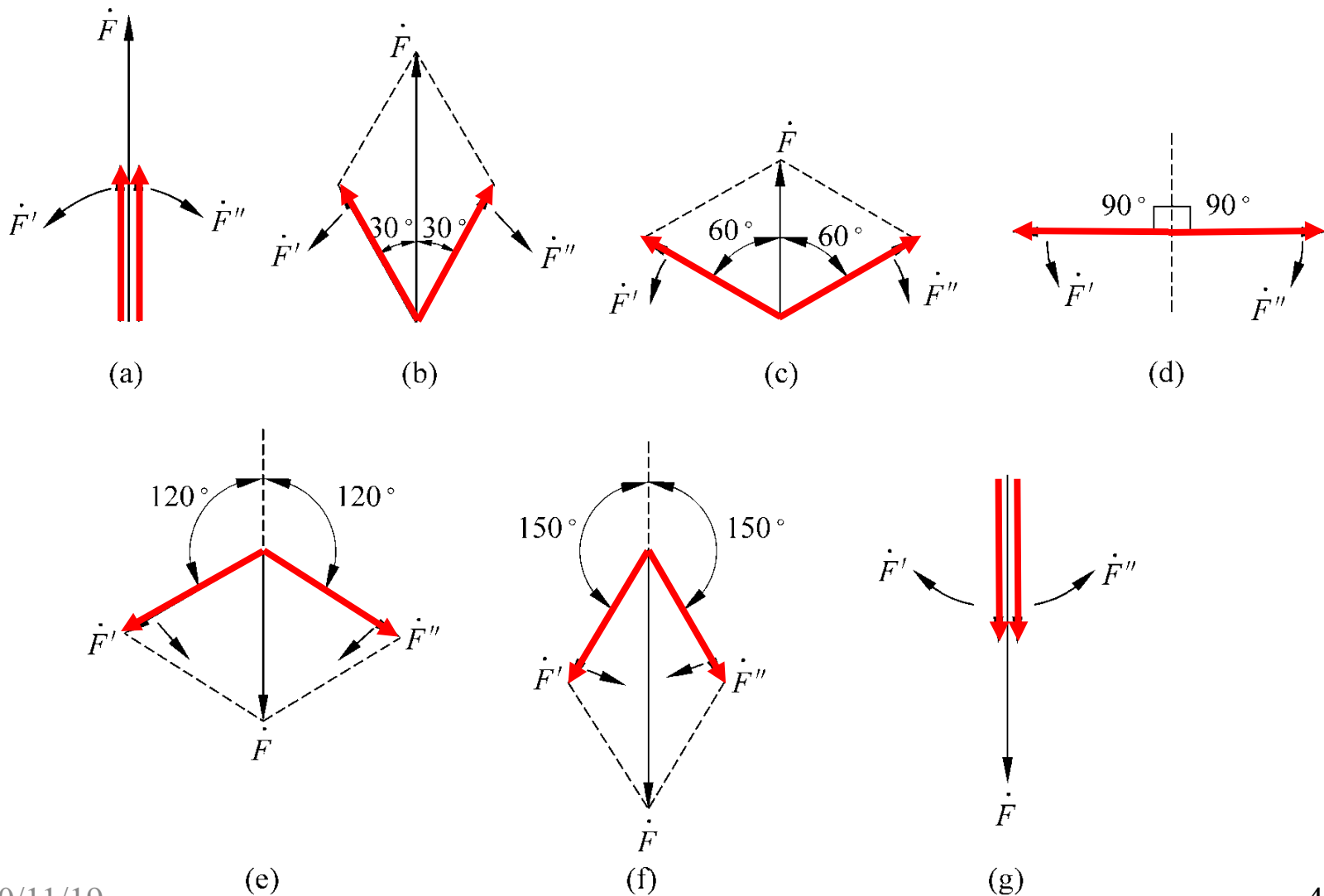
(a)



(b)

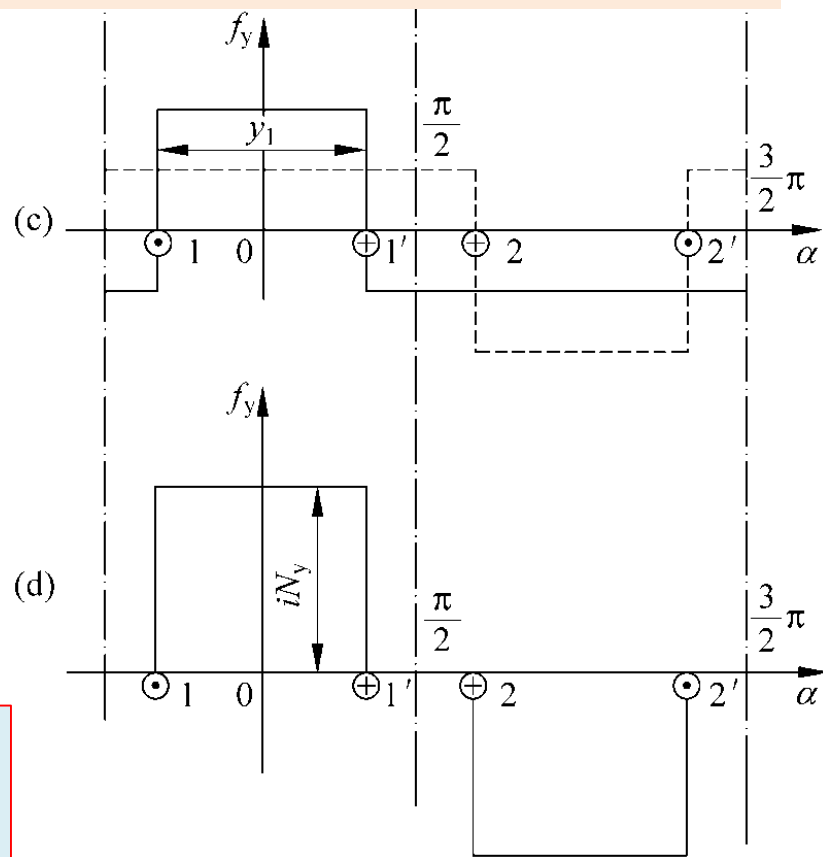
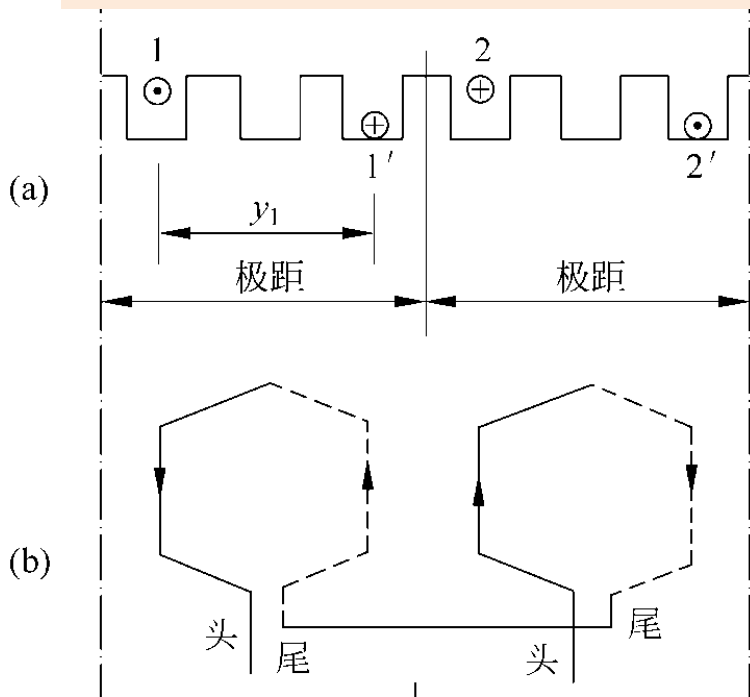
如旋转波正处的 α_1 位置，现采用**极坐标**，让矢量的长短等于行波的**正幅值**，矢量也在 α_1 处，并用箭头表明旋转方向， ω 表示角速度。

脉振磁通势及分成的两个旋转磁通势



2、短距线圈的磁通势

单相**双层短距**线圈产生的磁通势（极对数 $p=1$ ）





合成的总磁通势波形也是一个依纵横轴对称的波形，其傅氏展开式为：

$$f_{\text{双}}(\alpha, \omega t) = C_1 \cos \alpha + C_3 \cos 3\alpha + C_5 \cos 5\alpha + \cdots = \sum_{v=1}^{\infty} C_v \cos v\alpha$$

系数： $C_v = \frac{4}{\pi} i N_y \frac{1}{v} \sin\left(vy \frac{\pi}{2}\right) = \frac{4}{\pi} i N_y \frac{1}{v} k_{pv} = \frac{4}{\pi} \sqrt{2} I N_y k_{pv} \cos \omega t \frac{1}{v}$

谐波短距系数

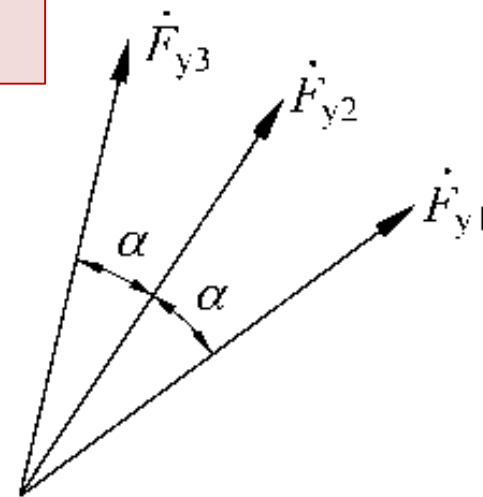
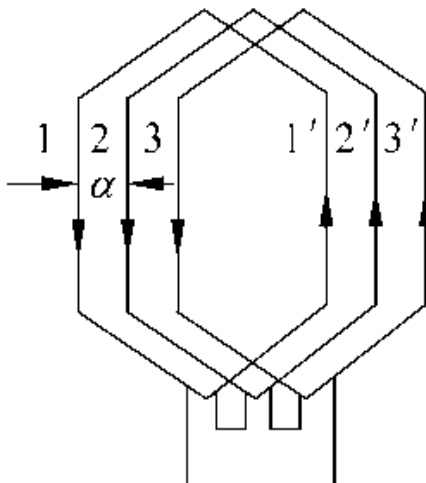
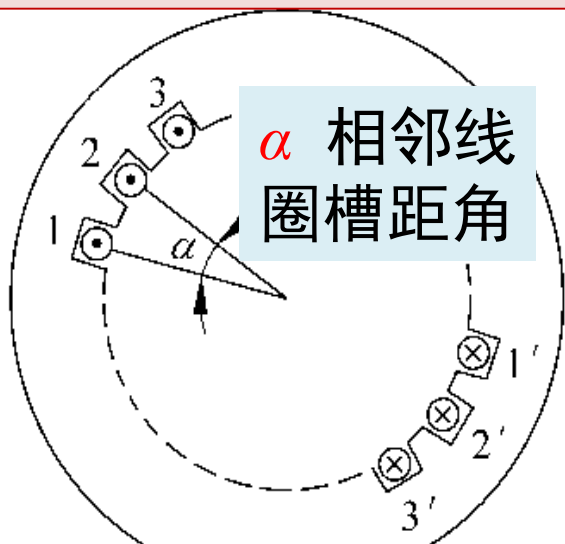
$$k_{pv} = \sin\left(vy \frac{\pi}{2}\right)$$

双层短距线圈时，基波磁通势为： $\frac{4}{\pi} \sqrt{2} I N_y k_{p1} \cos \omega t \cos \alpha$

注意

- ① 计算双层短距线圈每级磁通势时，要乘上短距系数。
- ② 基波短距系数 k_{p1} 与计算基波电动势时的基波短距系数完全一样，且都是小于1的数。
- ③ 在每极匝数相同的情况下，双层绕组产生的磁通势要比单层绕组的磁通势大。

3、单层分布线圈组产生的磁通势



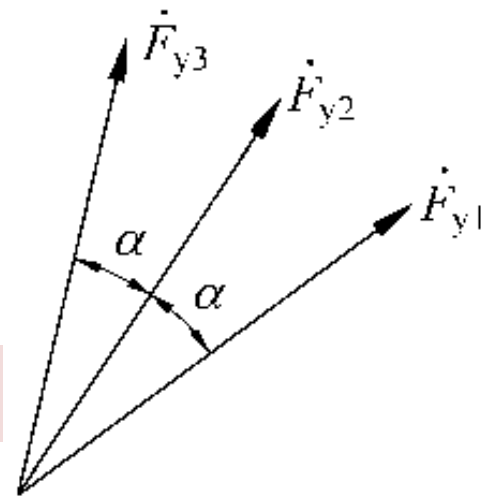
分布整距线圈磁通势

在如上图的三个匝数相同、分布整距线圈中通入电流，则每个线圈磁通势的大小相同，但空间位置不同。

分布线圈磁通势的**最大幅值**：

$$F_{q1} = qF_{y1} \frac{\sin \frac{q\alpha}{2}}{q \sin \frac{\alpha}{2}} = qF_{y1} k_{d1}$$

式中， $k_{d1} = \frac{\sin \frac{q\alpha}{2}}{q \sin \frac{\alpha}{2}}$ 为基波磁通势**分布系数**



F_{y1} 为每个线圈的基波磁通势**最大幅值**

分布整距线圈磁通势

ν 次谐波磁通的**分布系数**：

$$k_{d\nu} = \frac{\sin \frac{q\nu\alpha}{2}}{q \sin \nu \frac{\alpha}{2}}$$

ν 次谐波磁通的**最大幅值**：

$$F_{q\nu} = qF_{y\nu} k_{d\nu}$$

式中， $F_{y\nu}$ 为每个线圈 ν 次谐波磁通势最大幅值



4、分布短距对气隙磁通势波形的影响

在电机中，采用分布短距绕组，将大大削弱谐波磁通势。我们把 $k_{dpv} = k_{pv}k_{dv}$ 叫 v 次谐波的绕组系数。与基波绕组系数一样，也是小于1的数，但比基波绕组系数小得多，从而使绕组磁通势接近正弦波。

通常取线圈的 $y=0.8$ ，即可使五次和七次谐波大大削弱，而三次谐波在三相绕组连接中互相抵消。



5、单相绕组磁通势

基波磁通势
的最大幅值

单层整距线圈: $F_{y1} = \frac{4\sqrt{2}}{\pi} \frac{1}{2} I N_y = 0.9 I N_y$

双层短距线圈: $F_{q1} = 2 F_{y1} k_{p1}$

单层分布线圈: $F_{q1} = q F_{y1} k_{d1}$

双层短距分布绕组中的相绕组基波磁通势幅值

$$F_{\phi 1} = 2q F_{y1} k_{d1} k_{p1} = \frac{4}{\pi} \sqrt{2} I N_y q k_{dp1}$$

每相绕组串联匝数

$$N = \frac{2pqN_y}{a}, I = \frac{I_\phi}{a}$$

$$F_{\phi 1} = \frac{4\sqrt{2}}{\pi} \frac{1}{2} \frac{I_\phi N}{p} k_{dp1}$$

相电流

$$f_\phi(\alpha, \omega t) = \frac{4\sqrt{2}}{\pi} \frac{1}{2} \frac{I_\phi N}{p} \left(k_{dp1} \cos \alpha + \frac{1}{3} k_{dp3} \cos 3\alpha + \frac{1}{5} k_{dp5} \cos 5\alpha + \dots \right) \cos \omega t$$

$$= F_{\phi 1} \cos \omega t \cos \alpha + F_{\phi 3} \cos \omega t \cos 3\alpha + F_{\phi 5} \cos \omega t \cos 5\alpha + \dots$$



结论

1、单相绕组所建立的磁动势沿气隙圆周为阶梯波分布，可以分解为基波和一系列奇次谐波。

2、单相绕组所建立的基波及 ν 次谐波磁动势的表达式为：

$$f_{\phi 1}(\alpha, \omega t) = F_{\phi 1} \cos \omega t \cos \alpha$$

$$f_{\phi \nu}(\alpha, \omega t) = F_{\phi \nu} \cos \omega t \cos \nu \alpha$$

3、当绕组中的电流随时间按正弦规律变化时，单相绕组的磁动势为脉振磁动势，即空间位置固定不动，幅值大小随时间交变，且基波及各次谐波磁动势的脉振频率相同，都为电流的交变频率。

$$f = \frac{\omega}{2\pi}$$



- 一. 交流电机电枢绕组的电动势
- 二. 交流电机电枢绕组
- 三. 交流电机电枢单相绕组产生的磁通势
- 四. 三相电枢绕组产生的磁通势**
- 五. 两相电枢绕组产生的磁通势



四. 三相电枢绕组产生的磁通势

本节学习要点：

1. 掌握三相绕组建立的磁通势-旋转磁通势

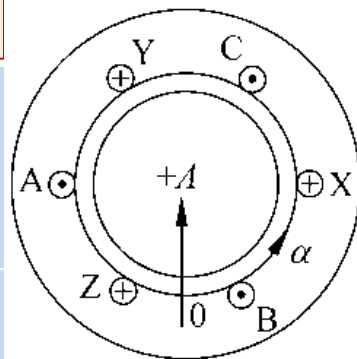
1、基波磁通势

已知流过三相绕组的电流分别为：

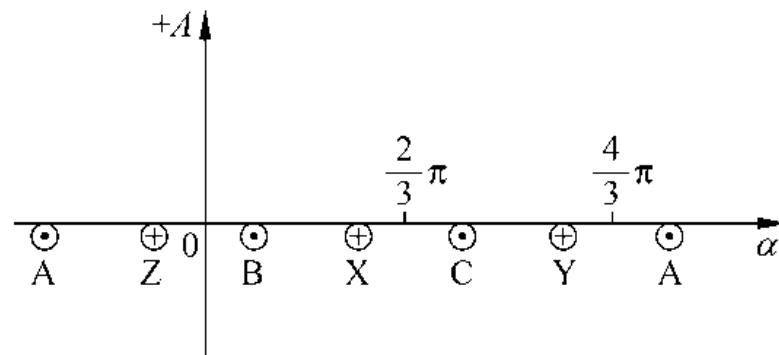
$$\begin{cases} i_A = \sqrt{2}I \cos \omega t \\ i_B = \sqrt{2}I \cos(\omega t - 120^\circ) \\ i_C = \sqrt{2}I \cos(\omega t - 240^\circ) \end{cases}$$

各相电流在气隙圆周产生的基波磁通势为：

$$\begin{cases} f_{A1} = F_{\phi 1} \cos \omega t \cos \alpha \\ f_{B1} = F_{\phi 1} \cos(\omega t - 120^\circ) \cos(\alpha - 120^\circ) \\ f_{C1} = F_{\phi 1} \cos(\omega t - 240^\circ) \cos(\alpha - 240^\circ) \end{cases}$$



(a)



(b)

等效三相绕组

相电流

$$F_{\phi 1} = \frac{4\sqrt{2}NI}{\pi} \frac{1}{2} \frac{1}{p} k_{dp1}$$



把上述的三个脉振波分别分解成两个方向相反的行波得：

$$\begin{cases} f_{A1} = \frac{1}{2} F_{\phi 1} \cos(\alpha - \omega t) + \frac{1}{2} F_{\phi 1} \cos(\alpha + \omega t) \\ f_{B1} = \frac{1}{2} F_{\phi 1} \cos(\alpha - \omega t) + \frac{1}{2} F_{\phi 1} \cos(\alpha + \omega t - 240^\circ) \\ f_{C1} = \frac{1}{2} F_{\phi 1} \cos(\alpha - \omega t) + \frac{1}{2} F_{\phi 1} \cos(\alpha + \omega t - 120^\circ) \end{cases}$$

三相合成基波磁通势：

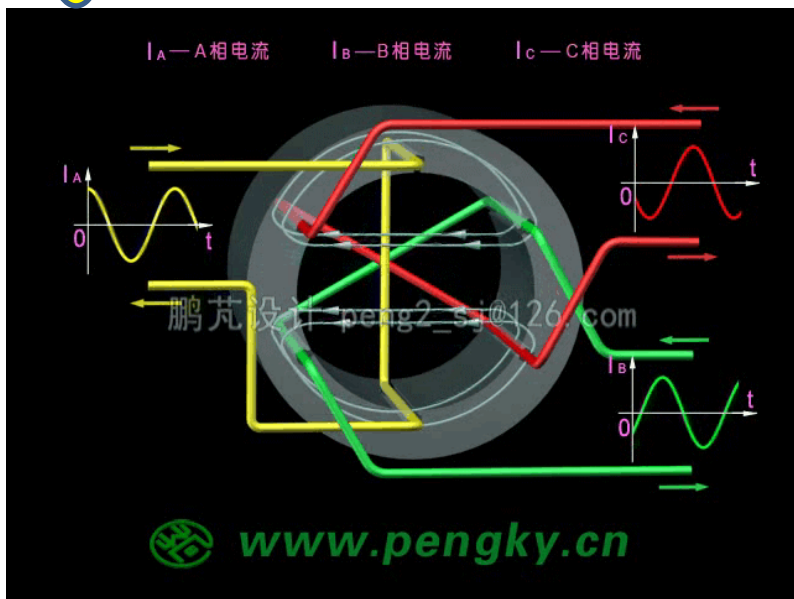
相加为零

$$f_1(\alpha, \omega t) = f_{A1} + f_{B1} + f_{C1} = \frac{3}{2} F_{\phi 1} \cos(\alpha - \omega t) = F_1 \cos(\alpha - \omega t)$$

注意

电流在时间上经过多少电角度，三相合成基波磁动势在空间上就转过相同的电角度。

- 1、三相合成基波磁动势的性质：空间**正弦分布**，**幅值大小不变**，**幅值位置**随时间移动的**圆形旋转磁通势**。



- 2、三相合成基波磁动势的**幅值**

$$F_1 = \frac{3}{2} F_{\phi 1} = \frac{3}{2} \times 0.9 \frac{NI\phi}{p} k_{dp1}$$

$$= 1.35 \frac{NI\phi}{p} k_{dp1} \text{ (安匝/极)}$$

- 3、当某相电流达到正的最大值时，三相合成基波磁动势的幅值也正好转到该相**轴线（相轴）**上。

- 4、三相合成基波磁动势的**转向**为从**电流超前**相绕组转向**电流滞后**相绕组。故**改变电流相序**即可**改变磁动势的转向**。

- 5、三相合成基波磁动势的转速（求**波幅转速**）

令： $\cos(\alpha - \omega t) = 0 \Rightarrow \alpha = \omega t \Rightarrow \omega_1 = \frac{d\alpha}{dt} = \frac{d(\omega t)}{dt} = \omega = 2\pi f \text{ (rad/s)}$

$\Rightarrow n_1 = \frac{60 \times 2\pi f}{2\pi p} = \frac{60f}{p} \text{ (r/min)}$

推论

1、交流绕组产生旋转磁动势的条件：有两相或两相以上的绕组，其轴线在空间上不同相，而且其中的电流在时间上也不同相。

2、对称的 m 相绕组通入对称的 m 相电流，所产生的 m 相合成基波磁动势是一个圆形旋转磁动势。

幅值： $F_1 = \frac{m}{2} \times 0.9 \frac{NI_\phi}{p} k_{dp1}$ (安匝/极)

转速： $n_1 = \frac{60f}{p} (r/min)$

转向： 从电流超前相绕组转向电流滞后相绕组

3、单相脉振磁动势可以分解为两个幅值相等，转向相反的旋转磁动势。

$$f_{\phi 1}(\alpha, \omega t) = F_{\phi 1} \cos \omega t \cos \alpha = \frac{1}{2} F_{\phi 1} \cos(\alpha - \omega t) + \frac{1}{2} F_{\phi 1} \cos(\alpha + \omega t)$$

$\omega_1 = \omega$ (正转)

$\omega_1 = -\omega$ (反转)



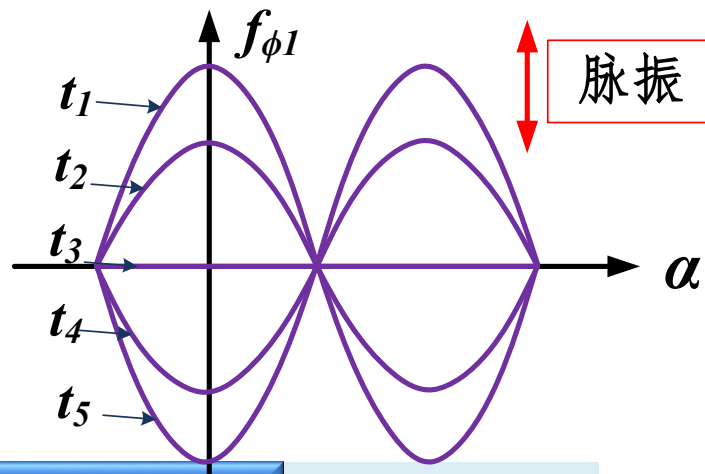
基波磁动势比较

单相磁动势

表达式

$$f_{\phi 1}(\alpha, \omega t) = F_{\phi 1} \cos \omega t \cos \alpha$$

性质



脉振频率

$$\omega = 2\pi f$$

幅值位置

空间固定不动

幅值大小

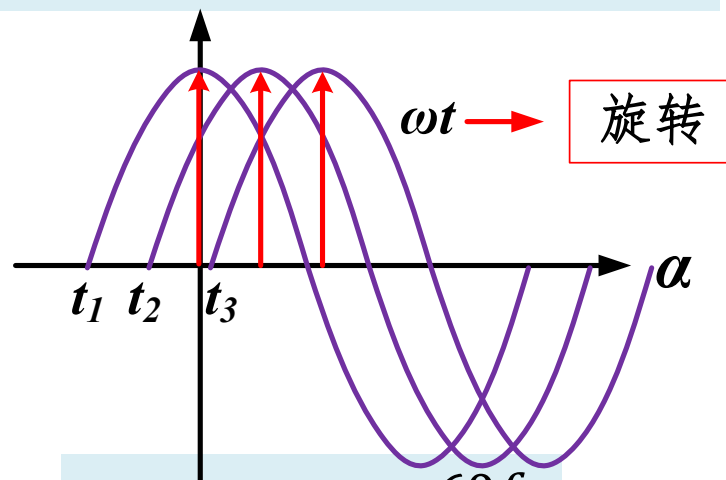
随时间交变

幅值最大值

$$F_{\phi 1} = 0.9 \frac{NI_{\phi}}{p} k_{dp1}$$

三相合成磁动势

$$f_1(\alpha, \omega t) = F_1 \cos(\alpha - \omega t)$$



转速

$$\omega_1 = \omega, \quad n_1 = \frac{60f}{p}$$

$\alpha = \omega t$ 随时间移动

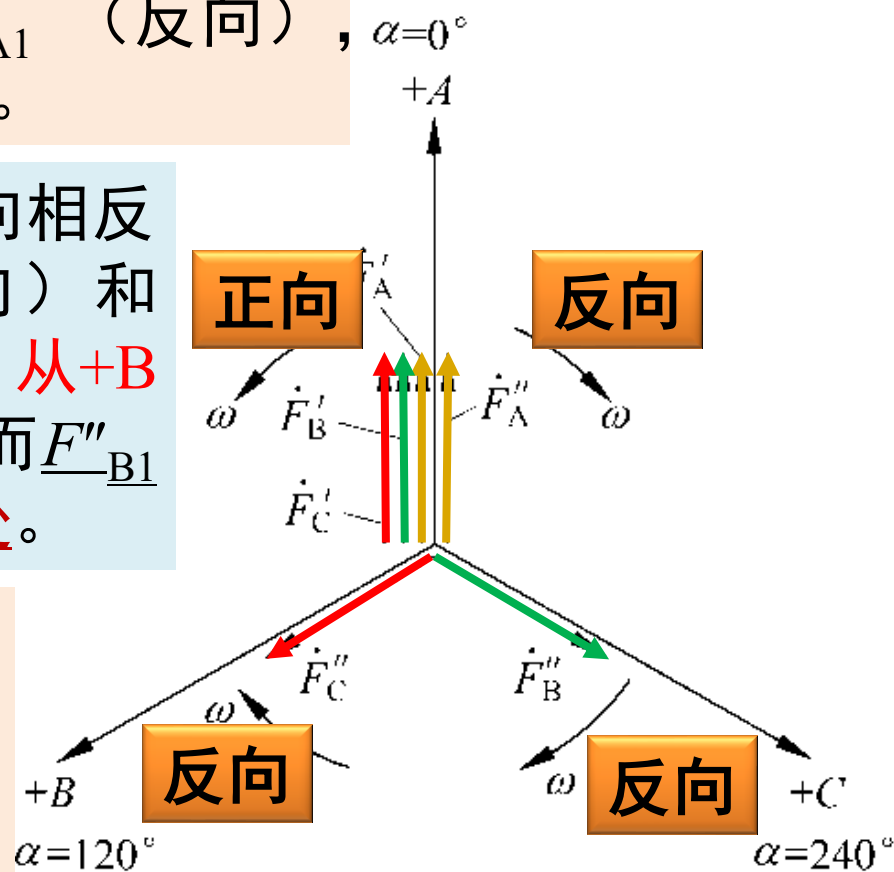
恒定不变

$$F_1 = 1.35 \frac{NI_{\phi}}{p} k_{dp1}$$

➤ **A相**：脉振磁通势分解为两个向相反方向旋转的磁通势 F'_{A1} （正向）和 F''_{A1} （反向）， $\alpha=0^\circ$ ， $\omega t=0$ 时， F'_{A1} 和 F''_{A1} 均在+A处。

➤ **B相**：脉振磁通势分解为两个向相反方向旋转的磁通势 F'_{B1} （正向）和 F''_{B1} （反向）， $\omega t=0$ 时， F'_{B1} 从+B处顺时针返回120°到+A处，而 F''_{B1} 从+B处逆时针返回120°到+C处。

➤ **C相**：脉振磁通势分解为两个向相反方向旋转的磁通势 F'_{C1} （正向）和 F''_{C1} （反向）， $\omega t=0$ 时， F'_{C1} 从+C处顺时针返回240°到+A处，而 F''_{C1} 从+B处逆时针返回240°到+B处。



三相6磁通势的合成

2、三相 v次谐波 磁通势v次谐波的 极距: $p_v = v \times p$ ☞ 三次谐波: $p_3 = 3 \times p$

三次谐波磁通势表达式为: (仍用基波磁通势坐标)

$$\begin{cases} f_{A3} = -F_{\phi 3} \cos \omega t \cos 3\alpha \\ f_{B3} = -F_{\phi 3} \cos(\omega t - 120^\circ) \cos 3(\alpha - 120^\circ) = -F_{\phi 3} \cos(\omega t - 120^\circ) \cos 3\alpha \\ f_{C3} = -F_{\phi 3} \cos(\omega t - 240^\circ) \cos 3(\alpha - 240^\circ) = -F_{\phi 3} \cos(\omega t - 240^\circ) \cos 3\alpha \end{cases}$$

三次谐波脉振磁通势的 最大幅值:

$$F_{\phi 3} = \frac{4}{\pi} \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{NI}{3p} k_{dp3}$$

← 相电流

三次的 三次谐波合成磁通势:

$$\begin{aligned} f_3(\alpha, \omega t) &= f_{A3} + f_{B3} + f_{C3} \\ &= -F_{\phi 3} \cos 3\alpha [\cos \omega t + \cos(\omega t - 120^\circ) + \cos(\omega t - 240^\circ)] = 0 \end{aligned}$$

推广: $v=6k-3$, 即 3, 9, 15...次谐波合成磁通势均为 **零**。



五次谐波 $p_5 = 5 \times p$

合成:

$$f_5(\alpha, \omega t) = \frac{3}{2} F_{\phi 5} \cos(5\alpha + \omega t) + \frac{1}{2} F_{\phi 5} [\cos(5\alpha - \omega t) + \cos(5\alpha - \omega t - 120^\circ) + \cos(5\alpha - \omega t - 240^\circ)]$$

$$= \frac{3}{2} F_{\phi 5} \cos(5\alpha + \omega t)$$

性质:

圆形旋转磁通势

幅值:

$$F_5 = \frac{3}{2} F_{\phi 5} = \frac{1}{5} \times 1.35 \frac{NI}{p} k_{dp5} \quad (\text{安匝/极})$$

相电流

转速:

$$\omega_5 = \frac{d5\alpha}{dt} = \frac{d(-\omega t)}{dt} = -\omega \Rightarrow n_5 = \frac{60 \times 2\pi f}{2\pi 5p} = \frac{n_1}{5} \text{ (r/min)}$$

转向:

与基波磁通势转向相反

$v = 6k - 1$, 即 5, 11, 17 ...
与基波磁通势转向相反



七次谐波 $p_7 = 7 \times p$

合成:

$$f_7(\alpha, \omega t) = -\frac{3}{2} F_{\phi 7} \cos(7\alpha - \omega t) - \frac{1}{2} F_{\phi 7} [\cos(7\alpha + \omega t) + \cos(7\alpha + \omega t - 120^\circ) + \cos(7\alpha + \omega t - 240^\circ)]$$

$$= \frac{3}{2} F_{\phi 7} \cos(7\alpha - \omega t)$$

性质:

圆形旋转磁通势

幅值:

$$F_7 = \frac{3}{2} F_{\phi 7} = \frac{1}{7} \times 1.35 \frac{NI}{p} k_{dp7} \quad (\text{安匝/极})$$

相电流

转速:

$$\omega_7 = \frac{d7\alpha}{dt} = \frac{d(\omega t)}{dt} = \omega \quad \Rightarrow \quad n_7 = \frac{60 \times 2\pi f}{2\pi 7p} = \frac{n_1}{7} \quad (r/min)$$

转向:

与基波磁通势转向相同

$v=6k+1$, 即 7, 13, 19 ...
与基波磁通势转向相同



结论

- ① 三相对称绕组通入三相对称电流，气隙磁场中除基波外，还存在奇次谐波，特别是5、7次有较大幅值。
- ② 高次谐波将引起附加损耗、振动、噪声及附加转矩，使电机性能变坏。
- ③ 可利用绕组的分布及短距削弱高次谐波磁动势。



本章结束

作业：6.1，6.4，6.5，6.7