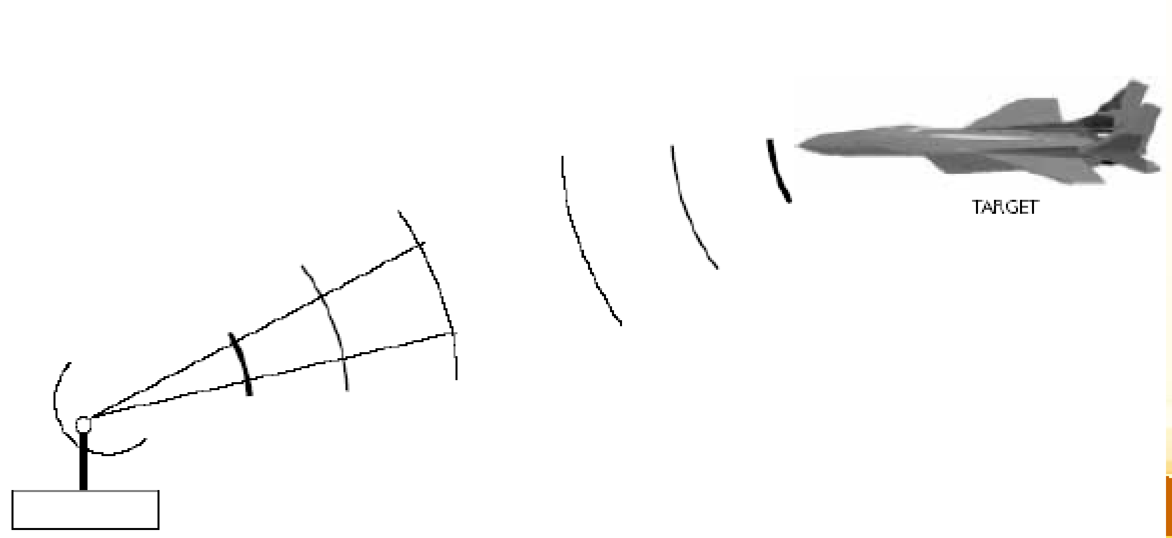
5.1 电磁散射基本概念

5.2 复杂目标电磁散射机理

5.3 雷达散射截面减缩及其意义

5.4 电磁散射建模和数值计算方法

习题五



5.1 电磁散射基本概念

5.1.1 电磁散射定义

均匀媒质空间中，当入射场E^i、H^i照射到的某一物体上时，将在该物体内或表面上产生电荷、极(磁)化电流或传导电流。它们作为二次源反过来又要产生二次场E^s、H^s，称为散射场，这种现象称为散射现象，而该物体本身称为散射体或目标。因此空间的总场为：

$$E^t = E^i + E^s \quad H^t = H^i + H^s$$

一般，散射场与散射体的形状、大小、结构以及入射场的频率和极化特性有关。

- **散射定义：** 当电磁波遇到障碍物时，在障碍物上引起新的场源进行二次辐射的现象。
- **散射形式：**
  - **反射**——在两种媒质的界面上有部分波返回原媒质的现象
  - **绕射**——电磁波通过障碍物或孔所能产生的不按直线传播的现象
  - **衍射**——电磁波在传播过程中遇到障碍物或透过屏上的孔径时，就会产生偏离原入射方向的电磁波的现象
- **散射机理:**

镜面反射；多次反射；边界区回波形成的旁瓣包络；边缘绕射；表面波散射；尖端绕射；表面空隙、缝隙和接头等不连续处的散射

5.1.2 雷达散射截面

雷达散射截面(RCS, Radar Cross Section)简称雷达截面，是雷达目标在给定方向上对入射雷达波散射能力（强弱）的一种量度，定义为在接收机方向上散射信号的功率与入射波功率密度的比值。

雷达截面的意义：当目标各向同性散射时，总散射功率与单位面积入射功率（即入射功率密度）之比。RCS的大小表示目标截获了多大面积的入射波功率，并将它均匀散射到各方向而产生了大小为E^s、H^s的散射场。R->∞表明目标处的入射波和散射波都具有平面波的性质。

$$P = \sigma S^{\mathrm{i}} = 4\pi R^2 S^{\mathrm{s}}$$

$$\sigma = \frac{P}{S_i} = \lim_{R\to\infty} 4\pi R^2 \frac{S_S}{S_i} = \lim_{R\to\infty} 4\pi R^2 \frac{\left|E^S\right|^2}{\left|E^i\right|^2} = \lim_{R\to\infty} 4\pi R^2 \frac{\left|H^S\right|^2}{\left|H^i\right|^2}$$

事实上，目标的能量散射往往是各向异性的，因此，RCS通常是空间散射角度的函数。由定义可知，RCS是表征物体散射电磁波能力大小的一种度量，是物体的一个假想面积。目标雷达截面是一个与天线口径有效面积相类似的概念。

$$\sigma = \frac{P}{S_i} = \lim_{R\to\infty} 4\pi R^2 \frac{S_S}{S_i} = \lim_{R\to\infty} 4\pi R^2 \frac{\left|E^S\right|^2}{\left|E^i\right|^2} = \lim_{R\to\infty} 4\pi R^2 \frac{\left|H^S\right|^2}{\left|H^i\right|^2}$$

它用入射场的功率密度归一化，同时消除了目标到雷达之间距离的影响，使其散射波球面扩散引起的衰减不成为计算雷达截面的一个因子。

雷达截面的单位是面积单位，通常用平方米表示，但有时也用平方波长(σ/λ^2)来表示。在实际工程中常采用**dB**值，用**10logσ**或**10log(σ/λ^2)**表示。

影响因素：雷达截面是下列因素的函数：

(1) 目标结构(包括形状、尺寸、材料参数等)；

(2) 雷达波频率和脉冲宽度(或带宽)；

(3) 入射场和接收天线的极化形式；

(4) 由入射和散射方向确定的双站角；

(5) 目标相对于入射、散射方向的姿态角(或视角)。

双站散射——当源和接收机不在同一点，源和接收机相对于目标之前的夹角叫做双站角。

- 前向散射——双站角为180º时情况

单站散射——又称后向散射，源和接收机在同一点

- 在许多测量系统中常使用收发天线分离，但由于目标对两个天线的张角通常很小，计算或测量的结果与真正单站情形无区别

因此：$\sigma=\sigma_{ij}(\theta,\varphi)$ – 下标i, j分别表示入射场和接收天线的极化方向

在多数情况下，目标总的散射效果是很多部件散射共同贡献的结果，为了在RCS计算中保持目标上各部件散射场之间的相位关系，常常还用到另一种RCS表示方法，即RCS的平方根，定义为：

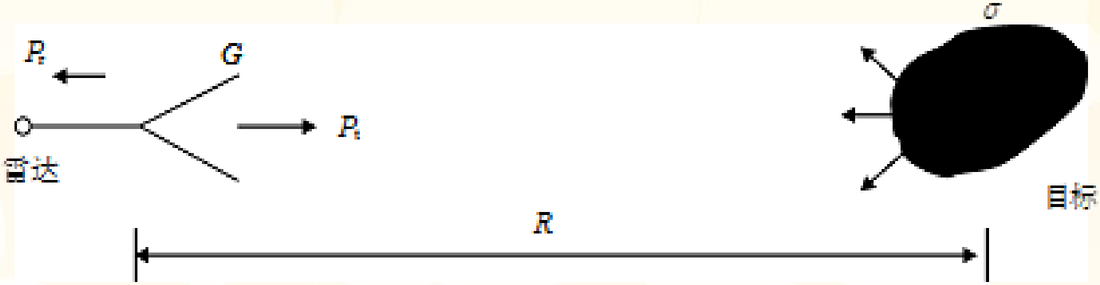
$$\sqrt{\sigma} = \lim_{R\to\infty} 2\sqrt{\pi} R \frac{\boldsymbol{E}^{\mathrm{s}} \cdot \boldsymbol{e}_{\mathrm{r}}}{\boldsymbol{E}^{\mathrm{i}} \cdot \boldsymbol{e}_{i}}$$

该定义体现了散射的相位和接收机极化的影响，是一个复数量；不同散射体的 $\sqrt{\sigma}$ 可以直接相加，以表示不同部件总的散射效果。

为了更好地描述目标散射的极化特性，人们还引入了极化散射矩阵的概念：

$$\boldsymbol{E}_{\mathrm{s}} = \boldsymbol{S} \cdot \boldsymbol{E}^{\mathrm{i}} \qquad \begin{bmatrix} E_1^{\mathrm{s}} \\ E_2^{\mathrm{s}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1^{\mathrm{i}} \\ E_2^{\mathrm{i}} \end{bmatrix}$$

5.1.3 雷达方程



与雷达相距R_1的目标处辐射功率密度 $$s_t = \frac{P_t G_t}{4\pi R_1^2}$$

有效面积为σ的目标接收功率为 $$P_T = s_t \sigma = \frac{P_t G_t \sigma}{4\pi R_1^2}$$

假定目标截获能量以各向同性方向辐射，则目标散射的功率密度为

$$s_r = \frac{P_T}{4\pi R_2^2} = \frac{P_t G_t \sigma}{(4\pi)^2 R_1^2 R_2^2}$$

$$A_e = \frac{\lambda^2}{4\pi} \mathrm{G}_r$$

接收雷达截获功率为

$$P_r = s_r A_e = \frac{P_t G_t G_r \sigma \lambda^2}{(4\pi)^3 R_1^2 R_2^2}$$

$$G_t = G_r = G$$
$$R_1 = R_2 = R$$

$$P_r = \frac{P_t G^2 \sigma \lambda^2}{(4\pi)^3 R^4}$$

雷达方程基本形式

$$P_r = \frac{P_t G_t G_r \sigma \lambda^2}{(4\pi)^3 R_1^2 R_2^2} = \frac{P_t G^2 \sigma \lambda^2}{(4\pi)^3 R^4}$$

$$P_r(dBm) = P_t(dBm) + G_t(dBi) + G_r(dBi) + 20\log(\lambda) + \sigma[dB\,m^2] \\ - 30\log(4\pi) - 20\log d_T - 20\log d_R$$

最大探测距离

$$R_{\max} = \left[\frac{P_t G^2 \sigma \lambda^2}{(4\pi)^3 P_{r\min}}\right]^{1/4}$$

当雷达参数 给定后，雷达探测距离完全决定于被探测目标的雷达截面

雷达在自由空间的最大探测距离与RCS的4次方根成正比，因此，要使R_{max}降低3dB，则要求RCS降低12dB

雷达截面减小 x dB就意味着目标散射功率减小为原来的 $(10^{-x/10})\times 100\%$，而雷达探测距离则降低为原来的 $(10^{-x/40})\times 100\%$ 。

例如， 雷达截面减小12dB，对应的散射功率减小约94%，雷达探测距离则减小50%。

由雷达距离方程可知，当式中除 P_{r} 和 σ 外其它各项参数固定不变时，目标的雷达散射截面 σ 的值仅与接收功率 P_{r} 成正比。据此，我们可确立目标RCS的测量方法，得到RCS测量的表达式：

$$\sigma = \sigma_0 \frac{P_{\mathrm{r}}}{P_0}$$

式中，σ_0 为标定目标(如标准的金属球或金属平板)的RCS值；P_0 为在相同条件下对标定目标进行测量时的接收功率。

5.2 复杂目标电磁散射机理

同一目标对不同雷达频率会呈现不同的电磁散射特性，即目标散射特性与其电尺寸密切相关。电尺寸描述的是目标特征尺寸L和波长λ的相对关系，定义为目标特征尺寸和波长的比值(L/λ)，单位是波长数。根据电尺寸的不同，可将目标散射分为3种不同的散射方式，即低频散射、谐振散射和高频散射。

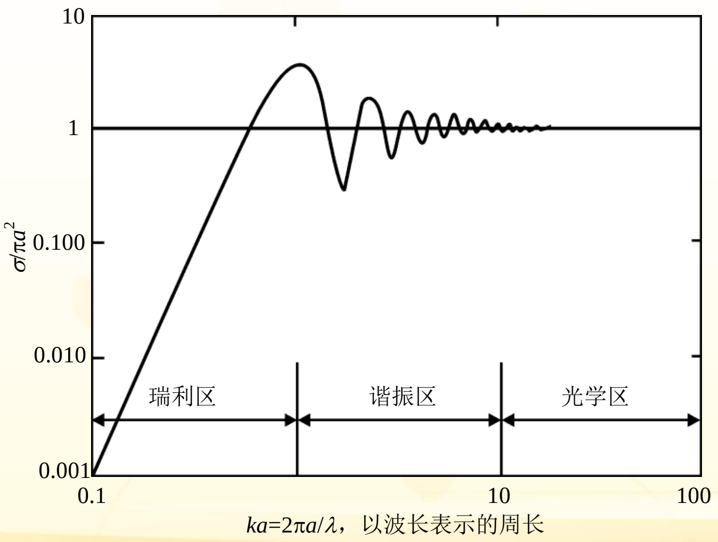
5.2.1 球体对电磁波的散射

球体对电磁波的散射，分为：

(1)瑞利散射（Rayleigh scattering）

(2)米氏散射（Mie scattering）

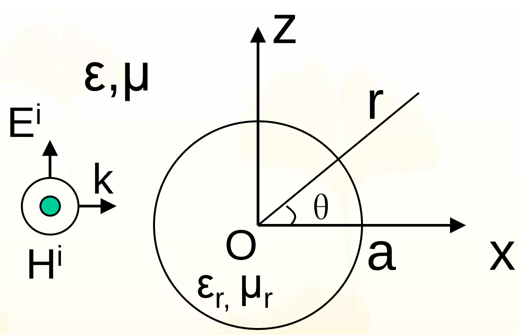
(3)镜面散射（Specular scattering）



1. 瑞利散射

设介质小球的介电常数和磁导率分别为 ε_r, μ_r 半径为a，放置于坐标原点。

- 若一个沿a_z方向极化的平面波入射到粒子上，此时介质球产生的散射场由介质中的极化电流产生；
- 由于介质球很小，故该极化电流可以看作是位于原点处的电流元，其产生的散射场就相当于一个等效的偶极子天线所产生的辐射场。



球体散射

偶极子天线所辐射的电磁场为

$$\vec{E} = \vec{e}_r \frac{2Ilk^3\cos\theta}{4\pi\omega\varepsilon}[\frac{1}{(kr)^2} - \frac{j}{(kr)^3}]e^{-jkr}$$
$$+\vec{e}_\theta \frac{Ilk^3\sin\theta}{4\pi\omega\varepsilon}[\frac{j}{kr} + \frac{1}{(kr)^2} - \frac{j}{(kr)^3}]e^{-jkr} \qquad (1)$$

$$\vec{H} = \vec{e}_\phi \frac{k^2 Il\sin\theta}{4\pi}[\frac{j}{kr} + \frac{1}{(kr)^2}]e^{-jkr}$$

上式中 Il 为偶极子的偶极矩。

当kr<<1时： $\vec{E}(r) \approx -\frac{j\omega\mu Il}{4\pi r}\frac{1}{(kr)^2}[\vec{e}_r 2\cos\theta + \vec{e}_\theta \sin\theta]$ $\quad \vec{H}(r) \approx \frac{Il\sin\theta}{4\pi r^2}$

当kr>>1时： $\vec{E}(r) \approx \vec{e}_\theta \frac{j\omega\mu Ile^{jkr}}{4\pi r}\sin\theta$ $\quad \vec{H}(r) \approx \vec{e}_\phi \frac{jkIle^{jkr}}{4\pi r}\sin\theta$

※通过匹配介质球面处(r=a)的边界条件来求解 Il ：

入射电场E^i在球面边界上(r=a)可表示为:

$$\vec{E}^i = (\vec{e}_z E_0 e^{-jkx})|_{r=a} \approx E_0(\vec{e}_r \cos\theta - \vec{e}_\theta \sin\theta)$$

球面边界外侧的散射场可表示为

$$\vec{E}^S \approx -\frac{j\omega\mu Il}{4\pi a}\frac{1}{(ka)^2}(\vec{e}_r 2\cos\theta + \vec{e}_\theta \sin\theta)$$

$$\vec{E} = \vec{E}^i + \vec{E}^S$$

假定介质球为线性各向同性均匀媒质，由入射场在球面边界内侧所引起的散射场方向应与入射场方向相同:

$$\vec{E} \approx E_a(\vec{e}_r \cos\theta - \vec{e}_\theta \sin\theta)$$

利用球面界面(r=a)上边界条件：切向电场E_θ和法向电位移矢量D_r连续，可得

$$E_0 + \frac{j\omega\mu Il}{4\pi a}\frac{1}{(ka)^2} = E_a \qquad E_0 - \frac{2j\omega\mu Il}{4\pi a}\frac{1}{(ka)^2} = \frac{\varepsilon_r}{\varepsilon}E_a$$

联立求解上述方程，可得：

$$E_a = \frac{3\varepsilon}{2\varepsilon+\varepsilon_r}E_0 \quad \Rightarrow \quad \frac{j\omega\mu Il}{4\pi a}\frac{1}{(ka)^2} = E_a - E_0 = \frac{\varepsilon-\varepsilon_r}{2\varepsilon+\varepsilon_r}E_0$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{j\omega\mu Il}{4\pi} = \frac{\varepsilon-\varepsilon_r}{2\varepsilon+\varepsilon_r}E_0 a(ka)^2$$

代入式(1)，可得瑞利散射的电磁场：

其中，远场区散射场为

$$E_\theta = \frac{\varepsilon-\varepsilon_r}{2\varepsilon+\varepsilon_r}(ka)^2 E_0 \frac{a}{r}\sin\theta\, e^{jkr} \qquad H_\varphi = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}E_\theta$$

上式表明：小球的散射场具有方向性，在来波的前向和后向散射最强。介质球的总散射功率为

$$P_S = \frac{1}{2}\int_0^{\pi} d\theta \int_0^{2\pi} d\phi\, r^2 \sin\theta E_\theta H_\phi^* = \frac{4\pi}{3}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\left(\frac{\varepsilon-\varepsilon_r}{2\varepsilon+\varepsilon_r}k^2 a^3 E_0\right)^2$$

瑞利散射定理：总散射功率与频率的4次方成正比，高频波比低频波散射更强；散射功率也与半径6次方成正比，体积越大散射越强。

若为理想金属球：利用理想金属边界条件：切向电场$E_a=0$

$$E_0+\frac{j\omega\mu Il}{4\pi a}\frac{1}{(ka)^2}=0 \Rightarrow \frac{j\omega\mu Il}{4\pi}=-E_0a(ka)^2$$

$$\Rightarrow E_\theta=-(ka)^2E_0a\frac{e^{jkr}}{r}\sin\theta$$

后向散射： $\xrightarrow{(\theta=90^0)}$ $\sigma=4\pi(ka)^4a^2=\frac{9}{4\pi}k^4V^2$

经验公式： $\sigma=\frac{4}{\pi}k^4V^2F^2$

$$F_{\text{Hor. Pol.}}=\frac{1}{2}\left\{\frac{1}{2-L}+\frac{\cos^2\theta}{L}+\frac{\sin^2\theta}{2-2L}\right\}$$

$$F_{\text{Ver. Pol.}}=\frac{1}{2}\left\{\frac{1}{L}+\frac{\cos^2\theta}{2-L}+\frac{\sin^2\theta}{2L}\right\}$$

V：目标的体积

F：目标的形状因子

k：波数

$L\ (\text{sphere})=\frac{2}{3}$

参考文献：Radar cross-section estimation for simple shapes

2. 米氏(Mie)散射

■ 在球尺寸有限而又不满足瑞利散射条件(ka<<1)的散射场称为米氏散射。

■ 在球坐标中引入德拜(Debye)位函数u和v，就可处理球体对平面电磁波的散射。

■ 详情请参见机械工业出版社《电磁场与电磁波》冯林、杨显清、王园编著教材(2004.6)P231-233。

■ 标量波函数

考虑亥姆霍茨方程 $\nabla^2\Phi + k^2\Phi = 0$ 在球坐标系中的解

方法：球坐标系下的分离变量法

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\Phi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\Phi}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2\Phi}{\partial^2\varphi} + k^2\Phi = 0$$

令 $\Phi(r,\theta,\varphi) = R(r)T(\theta)\phi(\varphi)$

1. 谐方程 $\dfrac{d^2\phi}{d\varphi^2} + m^2\phi = 0$

其解为谐函数 $h(m\varphi)$ $h(\mathrm{m}\varphi) = e^{jm\varphi}$

2. 连带勒让德方程 $(1 - x^2)\dfrac{d^2T}{dx^2} - 2x\dfrac{dT}{dx} + [n(n+1) - \dfrac{m^2}{1-x^2}]T = 0$

$(x = \cos\theta)$

其解为连带勒让德函数 $L_n^m(x)$

第一类连带勒让德函数 $P_n^m(x)$ $P_n(x) = \frac{1}{2^n n!}\frac{d^n}{dx^n}(x^2-1)^n$

第二类连带勒让德函数 $Q_n^m(x)$ $Q_n(x) = P_n(x)\left(\frac{1}{2}\ln\frac{1+x}{1-x}\right) - \sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}P_{k-1}(x)P_{n-k}(x)$

3. 球贝塞尔方程 $r^2\frac{d^2R}{dr^2} + 2r\frac{dR}{dr} + [k^2r^2 - n(n+1)]R = 0$

解为球贝塞尔函数 $b_n(kr)$

球贝塞尔函数与半整数阶贝塞尔函数的关系 $b_n(kr) = \sqrt{\frac{\pi}{2kr}}B_{n+\frac{1}{2}}(kr)$

球贝塞尔函数也有四种类型

$j_n(x)$ $j_n(kr) = \sqrt{\frac{\pi}{2kr}}J_{n+\frac{1}{2}}(kr)$

$n_n(x)$ $\qquad$ $n_n(kr) = \sqrt{\dfrac{\pi}{2kr}} N_{n+\frac{1}{2}}(kr)$

$h_n^{(1)}(x)$ $\qquad$ $h_n^{(1)}(kr) = \sqrt{\dfrac{\pi}{2kr}} H_{n+\frac{1}{2}}^{(1)}(kr)$

$h_n^{(2)}(x)$ $\qquad$ $h_n^{(2)}(kr) = \sqrt{\dfrac{\pi}{2kr}} H_{n+\frac{1}{2}}^{(2)}(kr)$

圆球坐标系中的标量基本波函数为

$$\Phi(r, \theta, \varphi) = b_n(kr) L_n^m(\cos\theta) h(m\varphi)$$

圆球坐标系中的标量基本波函数展开的标量亥姆霍兹方程的通解为

$$\Phi(r, \theta, \varphi) = \sum_m \sum_n a_{mn} b_n(kr) L_n^m(\cos\theta) h(m\varphi)$$

■ 德拜位函数的引入

赫兹电位 Π_e $\quad \mathbf{A} = \mu\varepsilon \dfrac{\partial \Pi_e}{\partial t} \quad \phi = -\nabla \cdot \Pi_e$

赫兹磁位 Π_m $\quad \mathbf{A}_m = \mu\varepsilon \dfrac{\partial \Pi_m}{\partial t} \quad \phi_m = -\nabla \cdot \Pi_m$

在无源区域，赫兹位函数满足以下方程：

$$(\nabla^2 - \mu\varepsilon \frac{\partial^2}{\partial t^2})\Pi_e = 0 \qquad (\nabla^2 - \mu\varepsilon \frac{\partial^2}{\partial t^2})\Pi_m = 0$$

德拜电位 π_e $\quad \pi_e = \dfrac{\Pi_{er}}{r}$

德拜磁位 π_m $\quad \pi_m = \dfrac{\Pi_{mr}}{r}$

在无源区域，德拜位函数满足球坐标系下的亥姆霍兹方程：

$$(\nabla^2 + k^2)\pi_e = 0 \qquad (\nabla^2 + k^2)\pi_m = 0 \qquad (1)$$

■ 米氏散射

为方便求解，可将球面波分解为r方向的TM波和r方向的TE波。

由德拜位函数可知：

$$\mathbf{H}_{\mathbf{TM}}=\nabla\times(\mathbf{r}\pi_e)=\boldsymbol{\theta}\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\phi}\pi_e-\boldsymbol{\Phi}\frac{\partial}{\partial\theta}\pi_e$$

$$\mathbf{E}_{\mathbf{TE}}=\nabla\times(\mathbf{r}\pi_m)=\boldsymbol{\theta}\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\phi}\pi_m-\boldsymbol{\Phi}\frac{\partial}{\partial\theta}\pi_m$$

由麦克斯韦方程组和式（1）可知：

$$\mathbf{E}_{\mathbf{r}}=\frac{1}{j\omega\varepsilon}\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2}r\pi_e+k^2r\pi_m\right)$$

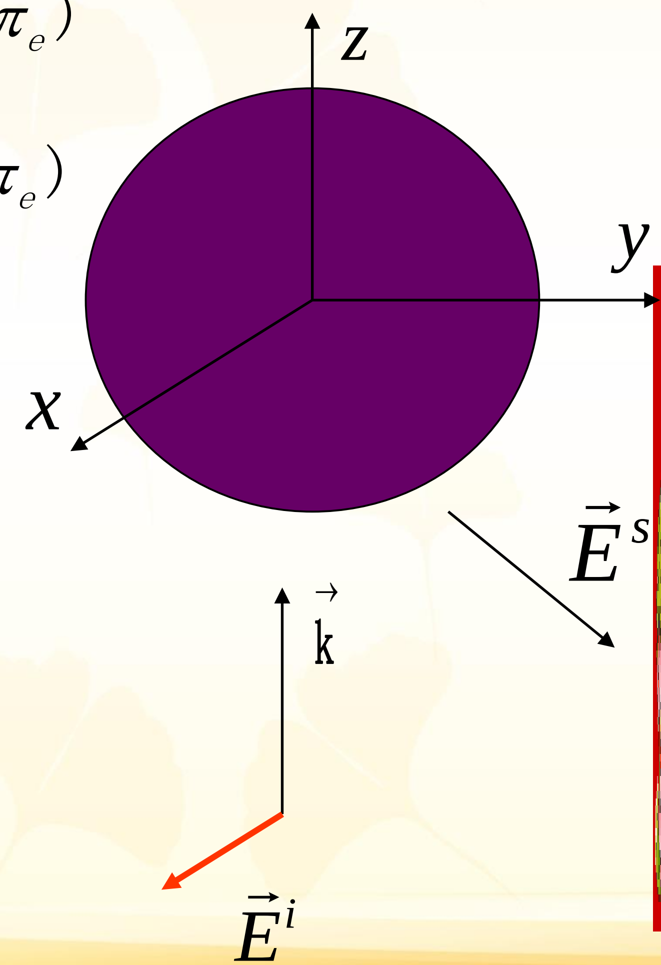
$$\mathrm{E}_{\theta}=\frac{1}{j\omega\varepsilon}\frac{1}{r}\frac{\partial^2}{\partial r\partial\theta}r\pi_e+\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\varphi}\pi_m)$$

$$\mathrm{E}_{\varphi}=\frac{1}{j\omega\varepsilon}\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial^2}{\partial r\partial\varphi}r\pi_e-\frac{\partial}{\partial\theta}\pi_m) \qquad (2)$$

$$H_r = -\frac{1}{j\omega\mu}\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} r\pi_m + k^2 r\pi_m\right)$$

$$H_\theta = -\frac{1}{j\omega u}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial^2}{\partial r\partial\theta} r\pi_m + \frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\varphi}\pi_e\right)$$

$$H_\varphi = -\frac{1}{j\omega\mu}\left(\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial^2}{\partial r\partial\varphi} r\pi_m - \frac{\partial}{\partial\theta}\pi_e\right)$$



这样总的电磁场就分解为TE和TM波分量，并用德拜电位和磁位表示出来

考虑一个半径为a的小球位于坐标系原点（如右图），且具有介电常数和磁导率，入射平面波为：

$$\mathbf{E} = \mathbf{x}E_0 e^{-jkz} = \mathbf{x}E_0 e^{-jkr\cos\theta}$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{y}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}E_0 e^{-jkr\cos\theta}$$

为了与球面边界条件相匹配，利用波变换的方法将入射波以球面谐波的形式表示。

$$e^{-jkr\cos\theta} = \sum_{n=0}^{\infty}(-j)^n(2n+1)j_n(kr)P_n\cos\theta$$

为确定入射波的德拜电位，注意，

$$\mathbf{E}_r = E_0\sin\theta\cos\varphi e^{-jkr\cos\theta}$$

$$= \frac{jE_0\cos\varphi}{(kr)^2}\sum_{n=1}^{\infty}(-j)^{-n}(2n+1)\hat{J}_n(kr)P_n^{(1)}(\cos\theta)$$

其中，$\hat{J}_n(kr) = krj_n(kr)$

因为 $P_n^{(1)}(\cos\theta) = 0$

所以从n=1开始求和。电位 π_e 满足（2）式，可以表示为：

$$\pi_e = \frac{E_0\cos\varphi}{\omega\mu r}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-j)^{-n}(2n+1)}{n(n+1)}\hat{J}_n(kr)P_n^{(1)}(\cos\theta)$$

通过对偶过程，磁位 π_m 为：

$$\pi_m = \frac{E_0 \sin\varphi}{kr} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-j)^{-n}(2n+1)}{n(n+1)} \hat{J}_n(kr) P_n^{(1)}(\cos\theta)$$

因此散射场可以用德拜电位和磁位表示为

$$\pi_e^s = \frac{E_0 \cos\varphi}{\omega\mu r} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \hat{H}_n^{(1)}(kr) P_n^{(1)}(\cos\theta)$$

$$\pi_m^s = \frac{E_0 \sin\varphi}{kr} \sum_{n=1}^{\infty} b_n \hat{H}_n^{(1)}(kr) P_n^{(1)}(\cos\theta)$$

其中， $\hat{H}_n^{(1)}(kr) = kr\, h_n^{(1)}(kr)$

小球外部的总场等于入射场和散射场的和。小球内部电场可以用德拜电位表示为：

$$\pi_e^i = \frac{E_0 \cos\varphi}{\omega\mu_s r} \sum_{n=1}^{\infty} c_n \hat{J}_n(k_s r) P_n^{(1)}(\cos\theta)$$

$$\pi_m^i = \frac{E_0 \sin\varphi}{k_s r} \sum_{n=1}^{\infty} d_n \hat{J}_n(k_s r) P_n^{(1)}(\cos\theta)$$

在r=a处的边界条件要求 $E_\theta, E_\varphi, H_\theta, H_\varphi$ 连续，因此4个方程是可解得未知数
根据以上（2）式，4个系数可解得：

$$a_n = \frac{(-j)^{-n}(2n+1)}{n(n+1)} \bullet \frac{-\sqrt{\varepsilon_s\mu}\,\hat{J}_n'(ka)\,\hat{J}_n(k_s a) + \sqrt{\varepsilon\mu_s}\,\hat{J}_n(ka)\,\hat{J}_n'(k_s a)}{\sqrt{\varepsilon_s\mu}\,\hat{H}^{(1)'}_n(ka)\,\hat{J}_n(k_s a) - \sqrt{\varepsilon\mu_s}\,\hat{H}_n^{(1)}(ka)\,\hat{J}_n'(k_s a)}$$

$$b_n = \frac{(-j)^{-n}(2n+1)}{n(n+1)} \bullet \frac{-\sqrt{\varepsilon_s\mu}\,\hat{J}_n(ka)\,\hat{J}_n'(k_s a) + \sqrt{\varepsilon\mu_s}\,\hat{J}_n'(ka)\,\hat{J}_n(k_s a)}{\sqrt{\varepsilon_s\mu}\,\hat{H}_n^{(1)}(ka)\,\hat{J}_n'(k_s a) - \sqrt{\varepsilon\mu_s}\,\hat{H}_n^{(1)'}(ka)\,\hat{J}_n(k_s a)}$$

$$c_n = \frac{(-j)^{-n}(2n+1)}{n(n+1)} \bullet \frac{j\sqrt{\varepsilon_s\mu}}{\sqrt{\varepsilon_s\mu}\,\hat{H}_n^{(1)'}(ka)\,\hat{J}_n(k_s a) - \sqrt{\varepsilon\mu_s}\,\hat{H}_n^{(1)}(ka)\,\hat{J}_n'(k_s a)}$$

$$d_n = \frac{(-j)^{-n}(2n+1)}{n(n+1)} \bullet \frac{-j\sqrt{\varepsilon\mu_s}}{\sqrt{\varepsilon_s\mu}\,\hat{H}_n^{(1)}(ka)\,\hat{J}_n'(k_s a) - \sqrt{\varepsilon\mu_s}\,\hat{H}_n^{(1)\prime}(ka)\,\hat{J}_n(ka)}$$

在小球的情况下，ka<<1，$k_s a$ <<1,只有n=1一项起主要作用，因此

$$a_n \to -(ka)^3(\varepsilon_s - \varepsilon)/(\varepsilon_s + 2\varepsilon)$$

$$b_n \to -(ka)^3(\mu_s - \mu)/(\mu_s + 2\mu)$$

结果就成为瑞利散射的形式。

3. 镜面散射

在光学区，电磁波在光滑物体表面的散射与镜子反光的现象相似，因此被称作镜面散射。

镜面反射通用计算公式: $\sigma = \pi \rho_1 \rho_2$

ρ_1, ρ_2 是目标表面反射点的两个主曲率半径.

金属球光学区RCS计算公式: $\sigma = \pi a^2$

- 在目标的电磁散射问题分析中，只有极少数几何形状简单，而且散射体的表面与正交曲线坐标系的坐标量重合时，才能得到散射场的严格解析解。
- 实际上，即便得到严格解析解，因为对于电尺寸远大于10~20个波长的散射体，该级数的收敛速度很慢，也只是对于电尺寸较小的散射体才有实际意义。

4. 雷达截面频率特性

1. 低频散射

当入射波长远大于散射体尺寸时，目标处于低频散射区，又称为瑞利区。入射波沿整个散射体长度的相位变化不太明显 $kL \leqslant \pi/8$ ，低频散射又称为瑞利区散射。

此时入射雷达波几乎“同时”照射到目标的各个部分，整个物体都参与了散射过程，因此其形状的细节并不重要，重要的是体积。

雷达截面正比于频率 f 或波数 k 的四次方，高频波比低频波散射更强。

瑞利散射是由感应偶极矩引起的，感应电荷诱发电磁场是其主要的物理机理，基本上是一个准静场问题，因此可用标量方程(如泊松方程)来进行分析。

2. 谐振散射

当入射波长和物体的尺寸是同一数量级时，沿目标长度上入射场的相位变化就较为显著，此时目标处于谐振区散射。

散射体的每一部分都会影响其他部分，散射体上每点的场都是入射场和该物体其他部分引起的散射场的叠加，因此，即使小尺寸的细节不那么重要，但总的几何形状也是重要的。

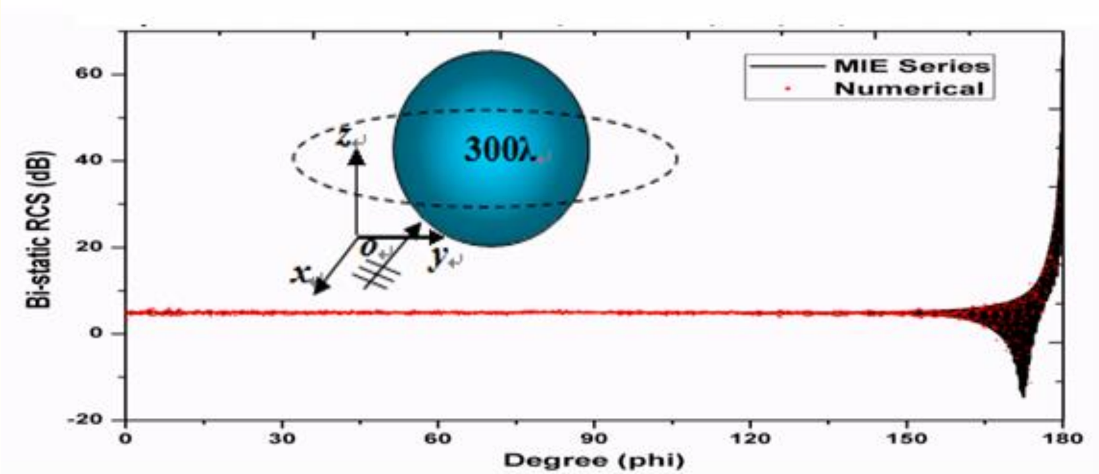
谐振区散射具有以下特点：

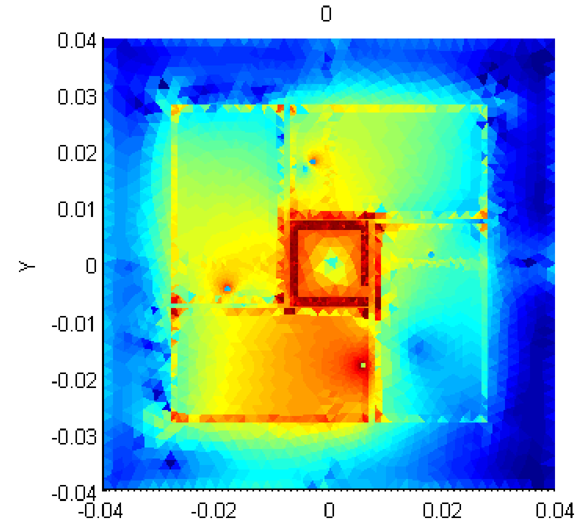
(1) 目标的形状是关键因素；

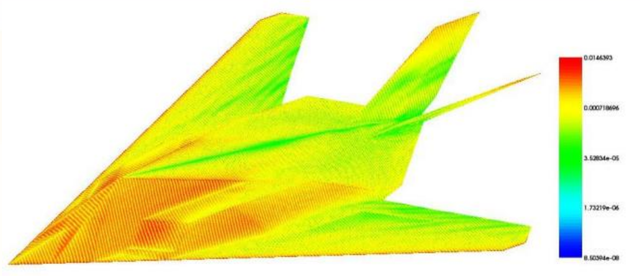
(2) 谐振区解析解很少，通常采用数值求解方法；

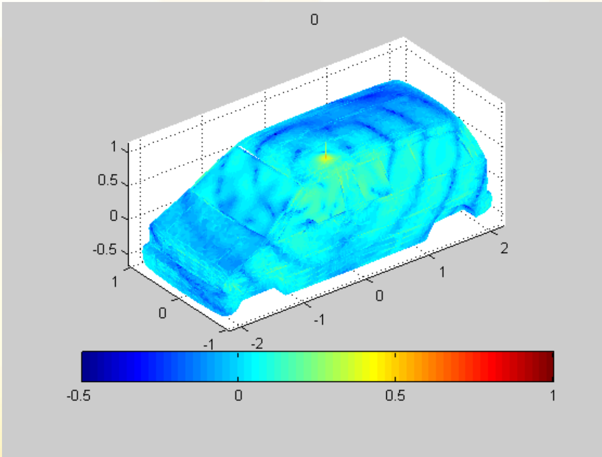
(3) 没有适用的比较简单的求解方法。

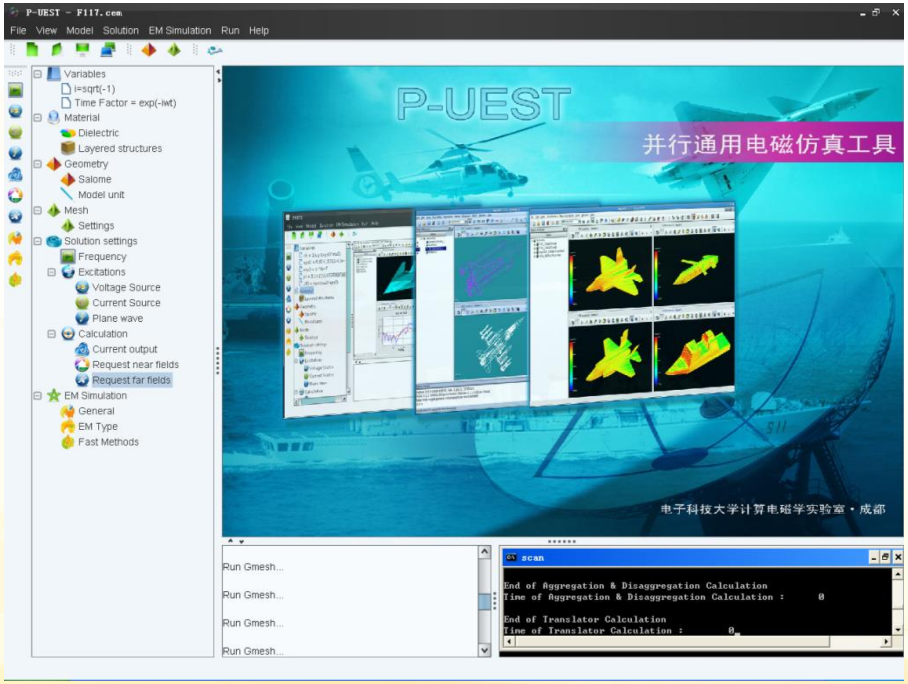
以金属目标为例，此时必须解精确的Stratton-Chu(斯特拉顿-朱兰成)积分方程方能求得感应电流，从而获得散射场解。


MIE Series
Numerical
300λ
z
y
x
o
Bi-static RCS (dB)
60
40
20
0
-20
0
30
60
90
120
150
180
Degree (phi)


0
y
0.04
0.03
0.02
0.01
0
-0.01
-0.02
-0.03
-0.04
-0.04
-0.02
0
0.02
0.04




0
1
0.5
0
-0.5
1
0
-1
2
1
0
-1
-2
-0.5
0
0.5
1


P-UEST - F117.cem
File View Model Solution EM Simulation Run Help
Variables
i=sqrt(-1)
Time Factor = exp(-iwt)
Material
Dielectric
Layered structures
Geometry
Salome
Model unit
Mesh
Settings
Solution settings
Frequency
Excitations
Voltage Source
Current Source
Plane wave
Calculation
Current output
Request near fields
Request far fields
EM Simulation
General
EM Type
Fast Methods
P-UEST
并行通用电磁仿真工具
电子科技大学计算电磁学实验室・成都
Run Gmesh...
Run Gmesh...
Run Gmesh...
Run Gmesh...
scan
End of Aggregation & Disaggregation Calculation
Time of Aggregation & Disaggregation Calculation : 0
End of Translator Calculation
Time of Translator Calculation : 0

3. 高频散射

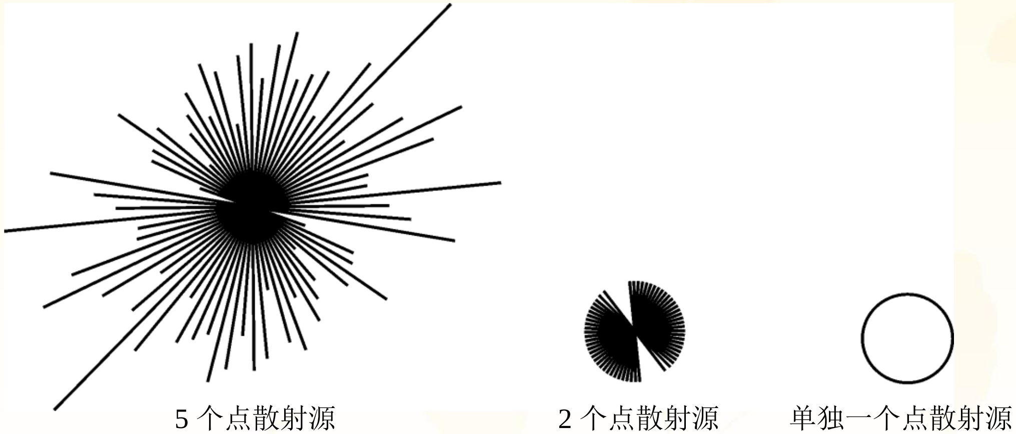
当入射波长远小于散射体长度($\lambda \ll L$)时，目标处于高频散射区，该区又称为光学区。高频散射又叫做光学区散射。

根据高频场的局部性原理，散射变成了一种局部现象，散射体各部分之间的相互影响是很小的，可把整个散射体作为多个独立散射中心的集合来处理，此时散射过程中几何结构的细节就变得十分重要。

假定忽略相互间的多次散射效应和遮挡效应，则由N个散射源组合体产生的雷达截面可由相对相位求和法给出其相关叠加结果

$$\sigma = \left| \sum_{n=1}^{N} \sqrt{\sigma_n} \right|^2$$

$\sqrt{\sigma_n}$ 是每个散射源的复数散射场；



独立散射源的相位相加可能产生复杂的散射图

对于雷达和目标的总体设计而言，常用随机相位求和法给出其非相关叠加结果，即为各散射源RCS的代数和：

$$\sigma = \sum_{n=1}^{N} \sigma_n$$

高频散射主要包括以下7种散射机理：(1) 镜面散射；(2) 表面不连续性的散射，如边缘、拐角和尖端；(3) 表面导数不连续性的散射；(4) 爬行波或阴影边界的散射；(5) 行波散射；(6) 凹形区域的散射，如进气道、两面角或三面角；(7) 相互作用散射，如多径叠加或散射中心之间的多次往返。这些散射机理组合起来形成高频复合目标总的RCS特征。

总结：

1 瑞利区散射

波长较之散射体尺寸大得多，散射由感应偶极矩引起，准静态标量场问题，目标的形状、细节对散射影响不大，重要的是体积。

2 谐振区散射

波长与散射体的尺寸为同一数量级，散射体的每一部分对其他部分都产生电气影响，散射场是这些相互影响的总效果，虽然小尺寸的细节不那么重要，但总的几何形状却很重要。

3 光学区散射

波长远小于散射体尺寸，散射场主要由各个独立的散射中心产生的回波叠加而成，每一细小的几何结构均对总散射场产生影响。

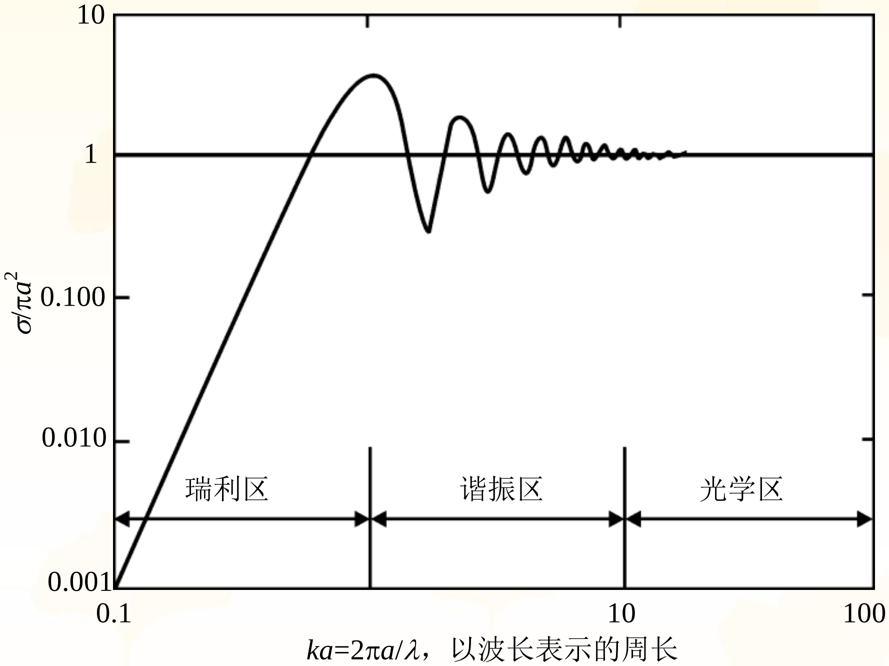


表 1.1 三种散射方式的比较

散射分区	ka 大小	RCS 变化特点
瑞利区	$ka<<1$	$\sigma\propto\lambda^{-4}$，$\sigma\propto$ 体积的平方 σ 随 ka 光滑变化
谐振区	$ka\approx1$	σ 随 ka 振荡
光学区	$ka>>1$	σ 随 ka 光滑变化， σ 与波长无关

金属球在不同频率入射波照射下产生的后向散射，用球的几何投影面积归一化。

上述按电尺寸对目标散射的频率分区并不具有严格的划分界限。有可能出现目标整体处于光学区，而目标的某一部件处于谐振区甚至瑞利区的情况。

同时，复杂雷达目标电磁散射也可能同时包含上述多种散射方式。此时，按其不同部件的特征尺寸进行散射方式分析更为合理。

问：天空为什么是蓝的？旭日和夕阳为什么是红的？云为什么是白的？

答：首先，白昼天空之所以是亮的，完全是大气散射阳光的结果。如果没有大气，即使在白昼，人们仰观天空，将看到光辉夺目的太阳悬挂在漆黑的背景中。这景象是宇航员司空见惯了的。由于大气的散射，将阳光从各个方向射向观察者，我们才看到了光亮的天穹。

(1)按瑞利定律，白光中的短波成分（蓝紫色）遭到散射比长波成分（红黄色）强烈得多，散射光乃因短波的富集而呈蔚蓝色。瑞利曾对天空中各种波长的相对光强作过测量，发现与反比律颇相吻合。大气的散射一部分来自悬浮的尘埃，大部分是密度涨落引起的分子散射，后者的尺度往往比前者小得多，瑞利反比律的作用更加明显。所以每当大雨初霁、玉宇、澄清了尘埃的时候，天空总是蓝得格外美丽可爱，其道理就在这里.

(2)由于白光中的短成分被更多地散射掉了，在直射的日光中剩余较多的自然是长波成分了。

早晚阳光以很大的倾角穿过大气层，经历大气层的厚度要比中午时大得多，从而大气的散射效应也要强烈得多，这便是旭日初升时颜色显得特别殷红的原因。

(3)白云是大气中的水滴组成的，因为这些水滴的半径与可见光的波长相比已不算太小了，瑞利定律不再适用，按米氏散射理论，这样大小的物质产生的散射与波长的关系不大，这就是云雾呈白色的缘故。

5.2.2 复杂目标散射机理

散射回波主要包括镜面散射和非镜面散射两大类。

以下一些机理的散射通常构成目标的总散射，它们按照重要程度的顺序排列如下：

(1)平面、单曲面和双曲面的表面法线方向指向雷达(即后向散射)时产生的镜面散射;

(2) 两面角或三面角反射器的多次反射;

(3) 平面和单曲面边界区回波形成旁瓣包络;

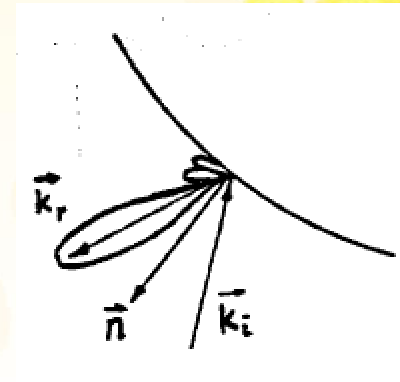
(4) 前缘与电场方向平行，后缘与电场方向垂直时产生的边缘绕射;

(5) 表面波散射，因平面或单曲面或导体末端不连续引起的行波，末端边缘反射波，绕曲面连续爬行的爬行波散射;

(6) 尖端绕射;

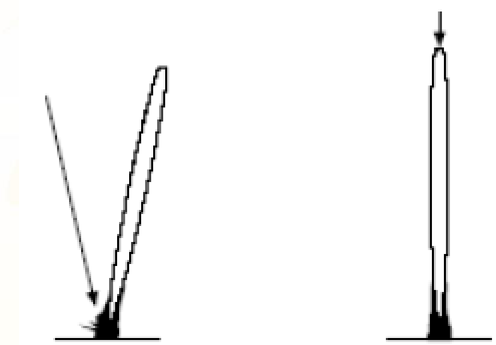
(7) 表面上空隙、裂缝和接头等不连续处的散射。

1. 镜面散射



(1) 直接镜面散射

- 当散射体表面法线方向指向雷达时产生直接镜面散射
- 亮区表面电流产生的散射场按相位叠加结果决定总的散射强度。
- 引人镜面散射有效面积，则



$$\sigma_{镜面} = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{有效}^2$$

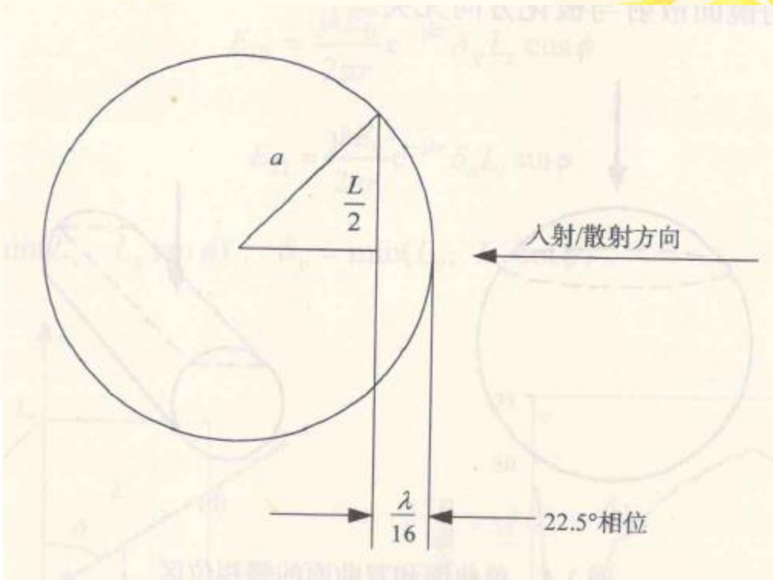
- 对于平板，有效面积$A_{有效}$就是其几何面积。
- 对于曲面，有效面积与曲率半径密切相关，约等于与镜面反射点相位差不超过22.5°或λ/16 区域的面积，这一区域也即所谓的“等相位区”。

等相位宽度L计算:相差小于π/8

$$\frac{L}{2}=\sqrt{a^2-\left(a-\frac{\lambda}{16}\right)^2}$$

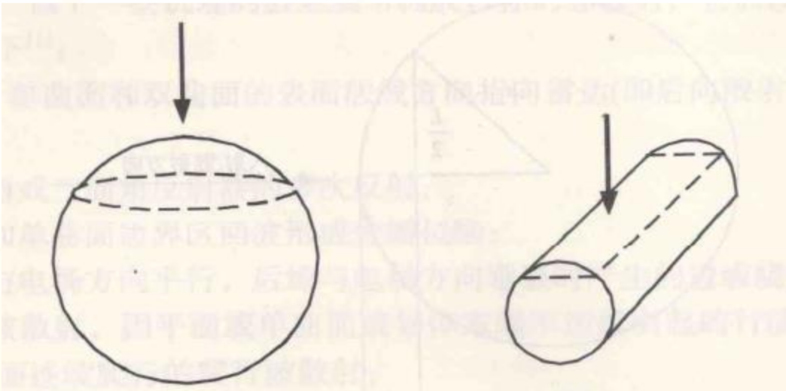
当a>>λ时

$$L\approx\sqrt{\frac{a\lambda}{2}}$$



$$\sigma=\frac{4\pi\left(\sqrt{\frac{a_1\lambda}{2}}\sqrt{\frac{a_2\lambda}{2}}\right)^2}{\lambda^2}=\pi a_1a_2$$

$$\sigma_{圆柱}=\frac{4\pi\left(\sqrt{\frac{a\lambda}{2}}l\right)^2}{\lambda^2}=\frac{2\pi a}{\lambda}l^2=kal^2$$

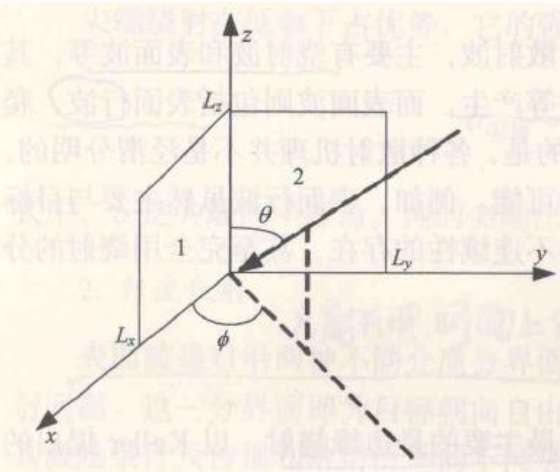

(a) (b)

$$\sigma_{球}=\pi a^2$$

(2) 多次反射

- 产生多次反射的结构包括角反射器和腔体等。
- 以二面角反射器为例，其散射回波由三部分组成，即平板间的二次反射、平板的散射、边缘的绕射。

设二面角反射器在x 、y 和z 三个方向上的尺寸分别为Lx 、Ly 和Lz， 则在忽略边缘绕射的情况下， 二面角的光学散射场可以表示为



(a)

$$E_{tot} = E_1 + E_2 + E_{12} + E_{21}$$

式中 E_1——平板 1 的一次散射场；

E_2——平板 2 的一次散射场；

E_{12}——平板 1 镜面反射到平板 2 的二次散射场；

E_{21}——平板 2 镜面反射到平板 1 的二次散射场。

各场分量表达式如下：

$$E_1 = \frac{-jkE_0}{2\pi r} e^{-jkr} L_x L_y e^{jkL_x \cos\phi} \frac{\sin(kL_x \cos\phi)}{kL_x \cos\phi} \sin\phi$$

$$E_2 = \frac{-\mathrm{j}kE_0}{2\pi r}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kr}L_yL_z\mathrm{e}^{\mathrm{j}kL_y\sin\phi}\frac{\sin(kL_y\sin\phi)}{kL_y\sin\phi}\cos\phi$$

$$E_{12} = \frac{\mathrm{j}kE_0}{2\pi r}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kr}\delta_yL_z\cos\phi$$

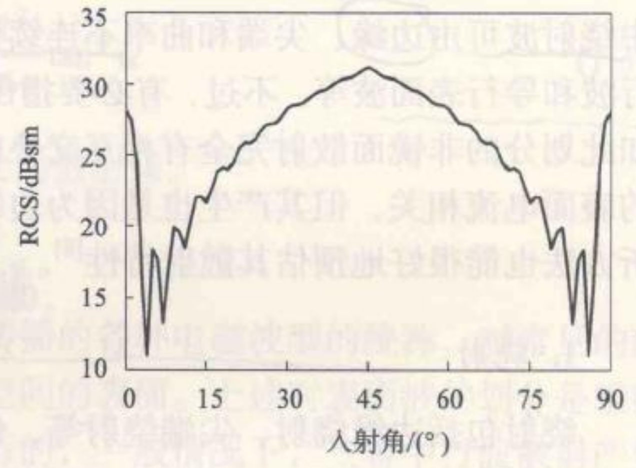
$$E_{21} = \frac{\mathrm{j}kE_0}{2\pi r}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kr}\delta_xL_z\sin\phi$$

式中，$\delta_x = \min(L_y, L_x\tan\phi)$，$\delta_y = \min(L_x, L_y\cot\phi)$。

当 $\phi = 45^0$ 时，二面角的散射最强

设$L_x = L_y = L_z = a$

$$\sigma_{\max} = \frac{8\pi a^4}{\lambda^2}$$



(b)

■ 复杂腔体散射简单预估：

假设:(1)进入腔体的总能量最终都反射出来(即没有吸收) 。

(2) 腔体内的反射是足够随机化的，从而反射能量向着雷达半空间均匀地再辐射。

假定入射波的功率密度为 $p_i(W/m^2)$ ，则进入腔体的能量是 $Ap_i(W/m^2)$ (A是腔体在入射波方向的投影面积)。

再辐射功率密度近似为 :

$$p_r = {Ap_i}/{2\pi R^2}\,(W/m^2)$$

$$\sigma_{腔体} = 4\pi R^2 \frac{p_r}{p_i} = 2A$$

即雷达散射截面正好为腔体口面投影面积的2 倍。

2. 非镜面散射

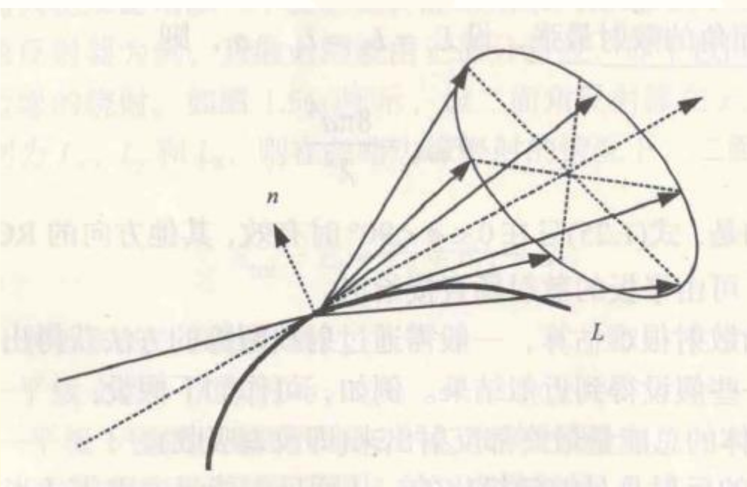
非镜面散射

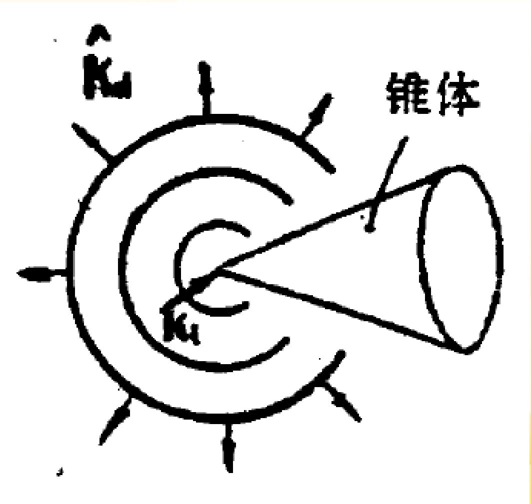
- 绕射波：
  - 边缘、尖端和曲率不连续性等产生
  - 包括边缘绕射、尖端绕射等
  - 最主要的是边缘绕射
- 表面波：
  - 沿不同介质分界面传播的各种电磁波型的统称
  - 包括表面行波、爬行波和导行表面波等
  - 三者中行波散射产生的RCS 贡献最为显著

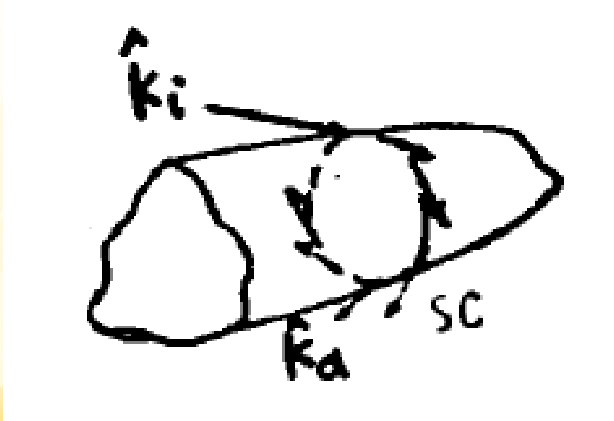
(1) 绕射

以Keller 提出的几何光学绕射锥理论为基础的现代电磁绕射理论认为：

- 只有当电磁波入射线与边缘线垂直时才会产生最强的后向边缘绕射，并在一个很窄的角度范围内急剧下降，直至为零。
- 边缘绕射强度与边缘长度的平方成正比，同时与人射波的极化方向密切相关，当电场极化方向平行于边缘时，绕射回波显著高于电场极化方向垂直于边缘时的情况。







归一化的边缘绕射贡献(随劈角变化不大)可表示为

$$\sigma_{边缘} = \frac{1}{\pi} L_{有效}^2$$

对于直边缘，有效长度就是它的几何长度；对于曲边缘

$$\sigma_{曲边缘} = \frac{a\lambda}{2\pi}$$

式中，a 为边缘镜面点处的曲率半径。

尖端绕射在低频下占优势，它的强度与 λ^2 成正比

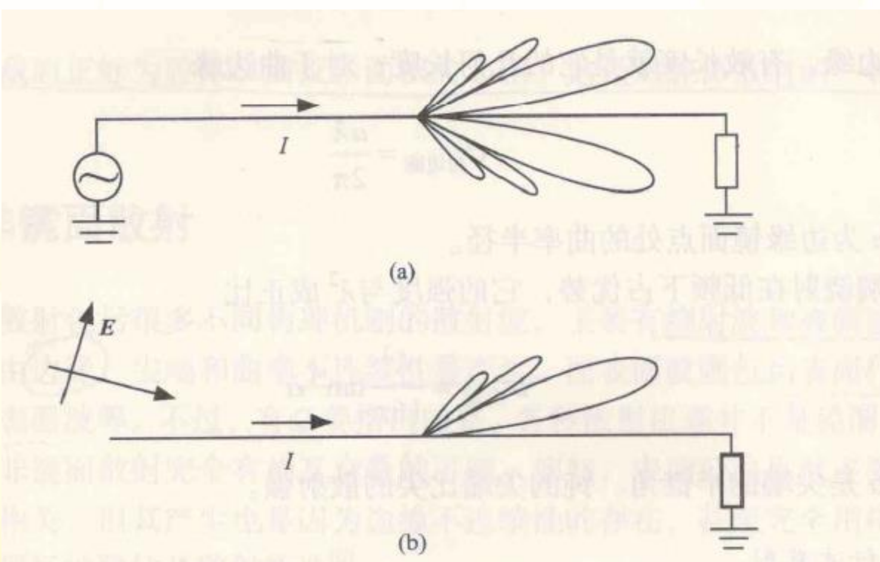
$$\sigma_{尖端} \approx \frac{\lambda^2}{16\pi}\tan^4\alpha$$

式中，α 是尖端的半锥角。钝的尖端比尖的散射强。

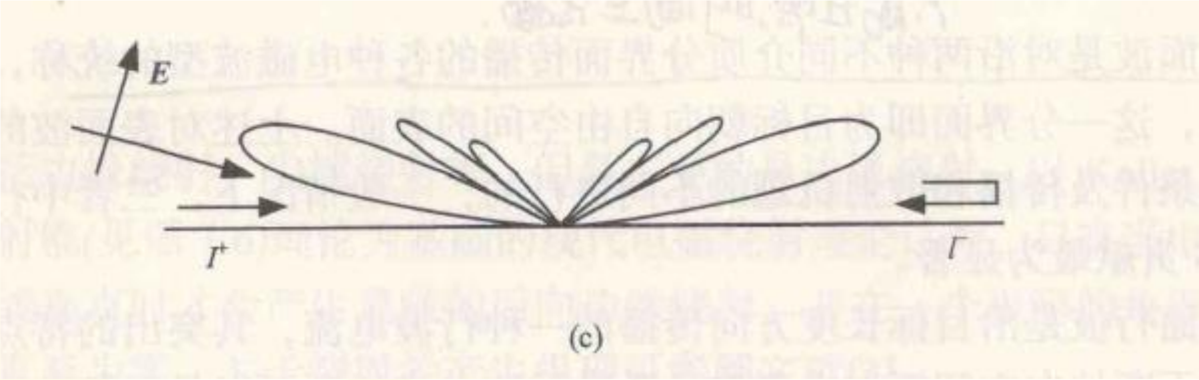
(2) 行波散射

表面行波

- 沿目标长度方向传播的一种行波电流
- 当入射平面波沿轴向以小角度入射至细长导体，且入射电场在入射平面内具有沿细长导体轴向的分量时，该电场分量在细长导体上感应的表面电流将沿轴向流动而形成行波电流
- 在传播过程中能不断地向空间辐射电磁波，产生类似行波天线辐射的前向散射，形成表面行波的双站散射贡献。



- 当细长导体终端截断，前向行波电流将在到达终端后因失配反射而反向传播并产生反方向的二次辐射，形成表面行波的单站散射贡献。
- 行波只能在照明面上传播，物体的电导率、长细比及远端反射率越大则行波散射越大。

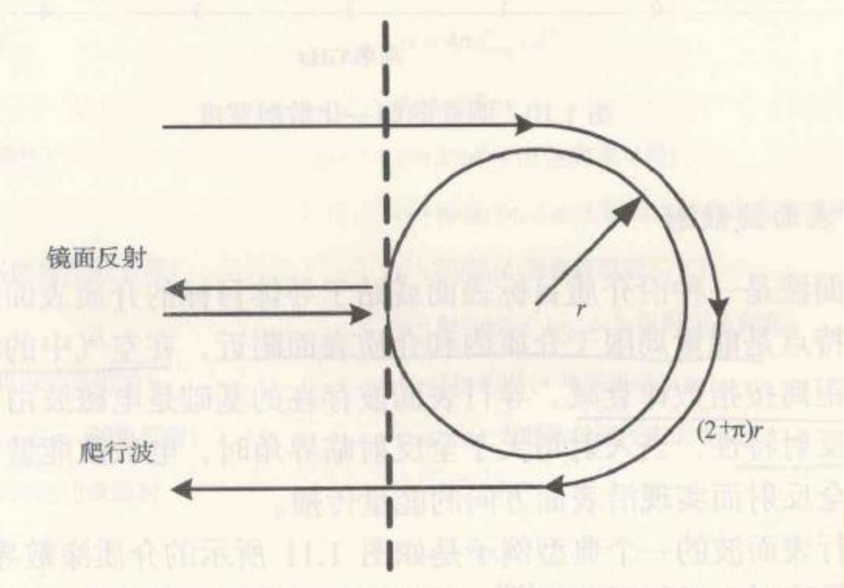


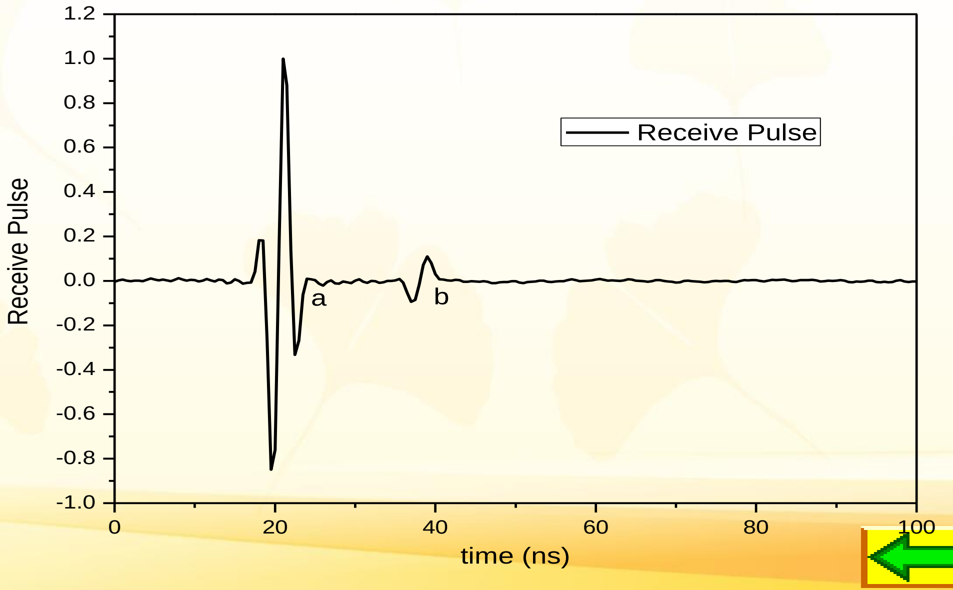
行波散射条件

- 一是目标为细长导体，如导线、圆柱体、橄榄体、平面等；
- 二是入射波必须在传播方向上有电场分量。

(3) 爬行波散射

- 爬行波又称蠕动波，是一种射线沿曲线传播的绕射现象
- 由入射到光滑凸曲面导体上的射线场激励起的一种沿曲面传播的表面波型
- 其突出的特点是传播过程中不断损失能量，电磁能量在绕射传播过程中将连续地沿曲面切线方向辐射出去，产生较强的双站散射贡献
- 传播常数为复数，振幅沿传播途径呈指数规律衰减





(4) 导行表面波散射

- 一种沿介质目标表面或贴于导体目标的介质表面传播的表面波型
- 由于电磁波由光密介质到光疏介质的全反射特性，当人射角大于全反射临界角时，电磁波能量在介质层表面之间经多次全反射而实现沿表面方向的能量传播。
- 能量局限于介质内和介质表面附近，在空气中的场强随着离开介质表面的距离按指数律衰减。
- 导行表面波本身是没有辐射的，只有当导行表面波遇到不连续性时才会产生端射式辐射。

图 1.11 导行波散射示意

3. 不同散射贡献的量级比较

散射机理	估算公式(量级)
镜面散射	$\sigma = 4\pi A^2_{有效}/\lambda^2$
平面	$A_{有效} = A_{几何}$
单曲面(圆柱)	$\sigma = 2\pi a l^2/\lambda$ (a 为曲率半径)
双曲面	$\sigma = \pi a_1 a_2$ (a_1、a_2 为镜面点处的主曲率半径)
镜面散射波束宽度(角度)	$\theta = 57\lambda/L$(L 为有效散射尺寸)
二面角	$\sigma = 8\pi(ab)^2/\lambda^2$ (a、b 为反射面长和宽)
三面角(正方形反射面)	$\sigma = 12\pi a^4/\lambda^2$ (a 为反射面边长)
腔体($E_入 = E_出$，随机反射)	$\sigma \approx 2A$ (A 为腔体口面投影面积)
镜面方向的边缘绕射	$\sigma = L^2_{有效}/\pi$
直边缘	$L_{有效} = L_{几何}$
曲边缘	$\sigma = a\lambda/(2\pi)$(a 为曲率半径)
轮缘	$\sigma = \pi a^2$ (a 为曲率半径)
尖端	$\sigma = \lambda^2 \tan^4\alpha/(16\pi)$ (α 为尖端内角)
表面行波：峰值对应入射角、强度幅值通常小于 $3\lambda^2$	$\theta = 49\sqrt{\lambda/L}$ (L 为入射波方向长度)

目标的RCS与波长的关系

镜面反射

- 平面 $\sigma \sim \lambda^{-2}$
- 单曲率面 $\sigma \sim \lambda^{-1}$
- 双曲率面 $\sigma \sim \lambda^{0}$

边缘绕射和尖顶绕射

- 边缘 $\sigma \sim \lambda^{1}$
- 尖顶 $\sigma \sim \lambda^{2}$

5.3 雷达散射截面减缩及其意义

目标RCS减缩可实现其雷达隐身。隐身目标又称为“现代低可探测目标”，由于其电磁散射极弱，使得雷达难以探测。

在现代战争中，高技术对抗条件下的战场目标信息获取是克敌制胜的关键环节。为了在军事对抗中提高自身的安全性，现代军用武器系统大多采用了隐身技术，隐身技术提高了武器系统生存、突防能力，尤其是纵深打击能力。

隐身设计可大幅度降低了飞行器和武器系统的可观测性。隐身性能已成为军用飞行器生存力的一个重要指标，并且是衡量未来军用飞行器先进性的一个重要判据。

目前，隐身飞机平台的主要电子系统包括雷达、电子对抗及CNI(Communication Navigation and Identification)系统。

5.3.1 雷达散射截面缩减的意义

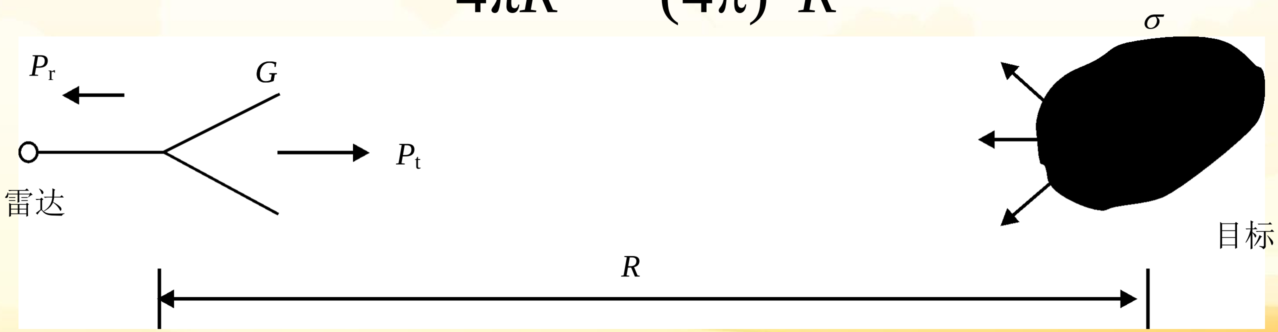
1. 对雷达探测距离的影响

假定雷达发射机输出功率为P_t，发射天线增益为G_t，则位于雷达主波束内与雷达相距R的目标处的功率密度可表示为

$$p_1 = \frac{P_t G_t}{4\pi R^2}$$

雷达散射截面为σ 的目标，在雷达接收机处产生的功率密度

$$p_2 = \frac{\sigma p_1}{4\pi R^2} = \frac{P_t G_t \sigma}{(4\pi)^2 R^4}$$



假定接收和发射用同一个天线，即$G_t = G_r = G$.

$$A_r = \frac{\lambda^2}{4\pi} G$$

于是， 雷达天线接收到的功率为

$$P_r = p_2 A_r = \frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R^4}$$

最小信噪比确定了一个可容许的最小接收信号P_{rmin} ,并由此确定雷达的最大探测距离。

$$R_{max} = \left[\frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 P_{r\,min}} \right]^{1/4} \text{(m)}$$

最大探测距离与RCS 的四次方根成正比。设RCS 降低到原来的10%，雷达探测拒离下降为原来的56%

$$\frac{R_2}{R_1} = \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1} \right)^{1/4} = (0.1)^{1/4} = 0.56$$

2. 对天线系统RCS系数的影响

RCS减缩的目的是尽量减小自身的雷达截面从而降低敌方雷达作用距离。根据雷达方程，可写出敌我双方雷达作用距离

$$\begin{cases} R_1 = [P_{t1} G_1^2 \lambda_1^2 \sigma_2 / (4\pi)^3 P_{m1}]^{1/4} \\ R_2 = [P_{t2} G_2^2 \lambda_2^2 \sigma_1 / (4\pi)^3 P_{m2}]^{1/4} \end{cases}$$

式中，下标1和2分别表示敌方和我方的雷达参数。

当双方雷达参数都给定时，敌多雷达距离的比值与我方雷达天线系统的参数有如下简单关系：

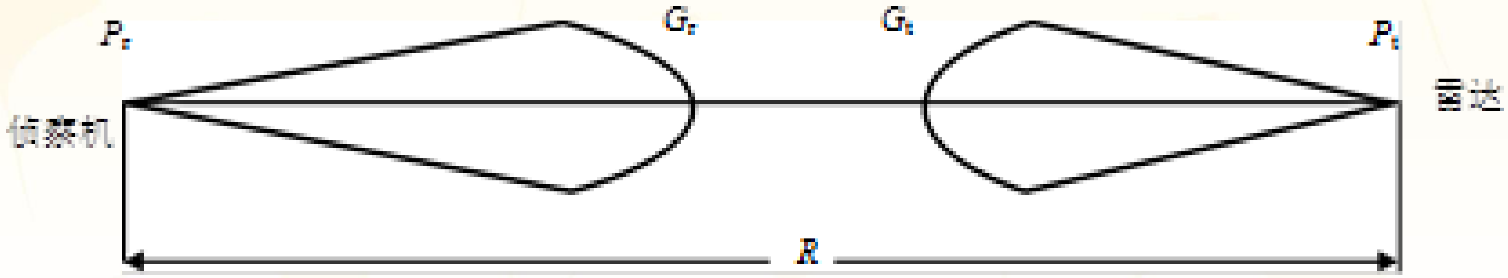
$$R_1 / R_2 = k(\sigma_2 / G_2^2)^{1/4}$$

式中，k为一个常数，定义天线系统的RCS系数：

$$K_\sigma = \sigma / G^2$$

K_σ 愈小，敌我雷达作用距离比值愈小，表明我方天线系统RCS减缩效果愈好，是描述天线RCS减缩的一个重要参量。

3.对侦查机作用距离的影响



雷达侦查是指利用雷达侦察设备截获敌方的雷达信号并经过分析、识别、测向和定位，获取战术技术情报的技术。在现代战争中，谁能够率先发现对方，谁就赢得了战场的主动权。侦察作用距离是衡量雷达侦察系统对雷达探测能力的一个重要参数。

在不考虑传输损耗、大气衰减以及地面或海面反射等因素影响的情况下，侦查机接收功率为：

$$P_{\mathrm{r}} = \frac{P_{\mathrm{t}} G_{\mathrm{t}} G_{\mathrm{r}} \lambda^2}{(4\pi R)^2}$$

若侦察接收机的灵敏度为P_{rmin}，则可求得侦察作用距离为

$$R_{\mathrm{r}}=\left(\frac{P_{\mathrm{t}}G_{\mathrm{t}}G_{\mathrm{r}}\lambda^{2}}{(4\pi)^{2}P_{\mathrm{r\,min}}}\right)^{1/2}$$

雷达侦察是单程工作，而雷达探测是双程工作(一次雷达)，在作用距离上雷达侦察具有优势。

敌方雷达的探测距离为

$$R_{\mathrm{t}}=\left(\frac{P_{\mathrm{t}}G_{\mathrm{t}}^{2}\lambda^{2}\sigma_{\mathrm{r}}}{(4\pi)^{3}P_{t\,\mathrm{min}}}\right)^{1/4}\quad(\mathrm{m})$$

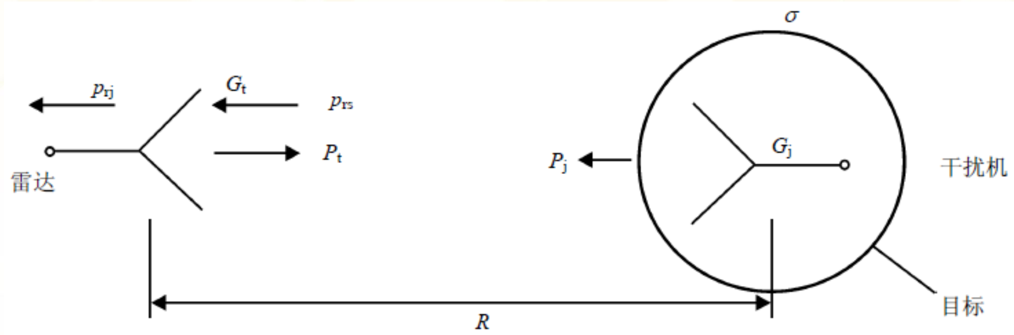
因此，敌方雷达探测距离与侦查机作用距离之比为

$$\frac{R_{t}}{R_{r}}=\left(\frac{4\pi\sigma_{\mathrm{r}}P_{\mathrm{r\,min}}^{2}}{P_{\mathrm{t}}G_{\mathrm{r}}^{2}\lambda^{2}P_{\mathrm{t\,min}}}\right)^{\frac{1}{4}}$$

可见，我方天线系统RCS减缩效果越好，敌方雷达探测距离与侦查机作用距离比值越小，侦查机能在更大安全范围内实施侦查任务。

4.对干扰机烧穿距离的影响

军事应用中，战机上往往同时配备有电子干扰机，用以对敌方的雷达和通信设施进行干扰，实现自身的隐身或突防。



接收雷达处的干扰功率密度

$$P_{rj}=\frac{P_jG_jG_t\lambda^2\gamma_j}{(4\pi)^2R^2}$$

γ_j表示雷达接收天线和接收机的极化失配因子

接收雷达处的目标散射功率密度

$$P_{rs}=\frac{P_tG_t^2\lambda^2\sigma}{(4\pi)^3R^4}$$

综合干信比J/S: $$J/S=\frac{P_{rj}}{P_{rs}}$$

综合干信比大于或等于功率准则所要求的干扰信号的端外压制系数K_j形成有效干扰。

$$J/S\geq K_j$$

令$P_{rj}=P_{rs}$，烧穿距离$R_b=\left(\frac{P_tG_t\sigma}{4\pi P_jG_j\gamma_j}\right)^{\frac{1}{2}}$

- 在目标距离不变的情况下，降低目标散射截面，P_{rj} 变小，可以用较少的发射功率对敌方雷达形成干扰。
- 若干扰机发射功率保持不变，降低目标散射截面，R_b变小，则我方飞行目标可以更加靠近敌方探测雷达而不被发现。
- 降低目标的RCS对烧穿距离的影响比对雷达探测距离的影响要大得多。

5.3.2 雷达散射截面缩减途径

降低目标RCS，实现“隐身”常用方法：

1. 天线隐身设计
- 天线系统的伪装技术
- 频率选择和极化选择技术
- 宽频带天线匹配技术
- 行波阵列天线技术
- 天线加载对消技术
- 天线开槽消除谐振特性技术
- 低RCS阵列天线技术
- 天线的低RCS集成安装
- 新材料技术

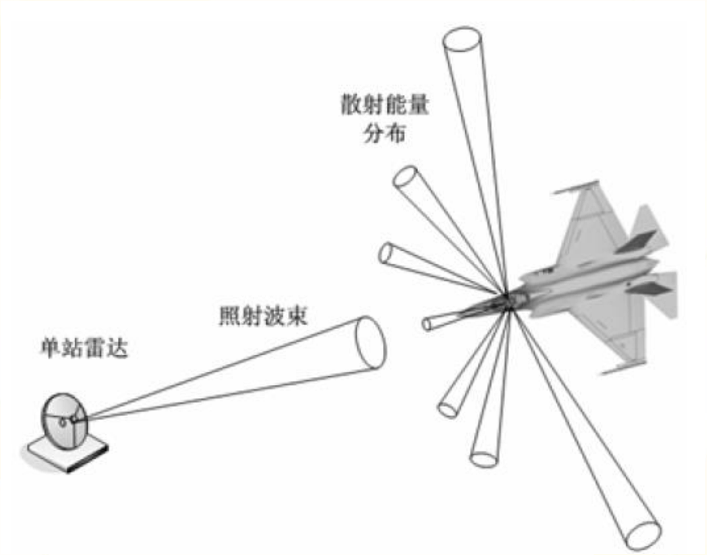
2. 飞行器隐身设计
- 外形隐身技术
- 材料隐身技术
- 有源对消技术
- 无源对消技术
- 阻抗加载技术
- 新概念隐身技术
- 主动信号抑制技术

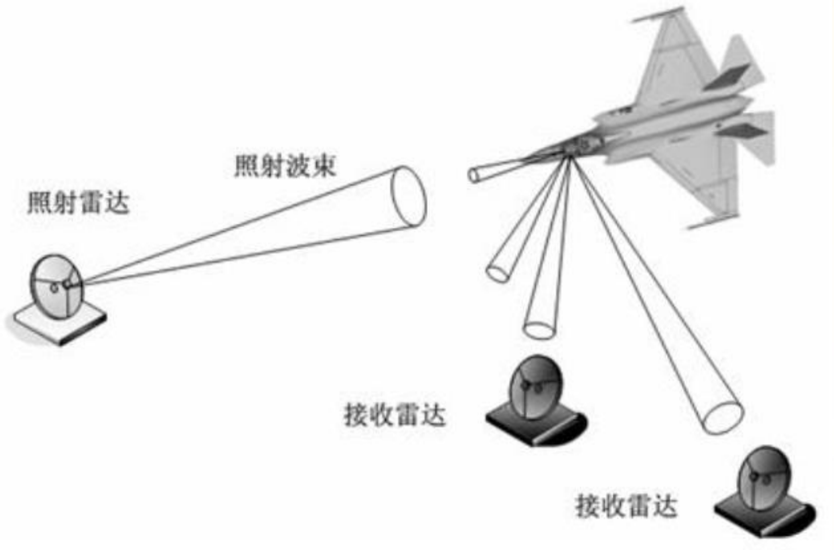
1.外形隐身技术

- 概念：采用控制目标的外形及布局，使重点姿态角域内RCS降低的隐身技术；
- 应用原则：将目标强散射中心转化为弱散射中心，或将强散射中心移出受雷达威胁的主要区域；
- 优点：能在常规飞行器散射基础上大大降低飞行器的RCS，是现代隐身飞机的主流；
- 缺点：外形设计受气动、结构、尺寸等限制，有一定的瓶颈，需要其它隐身技术进行弥补。
- 付出代价：气动、操纵

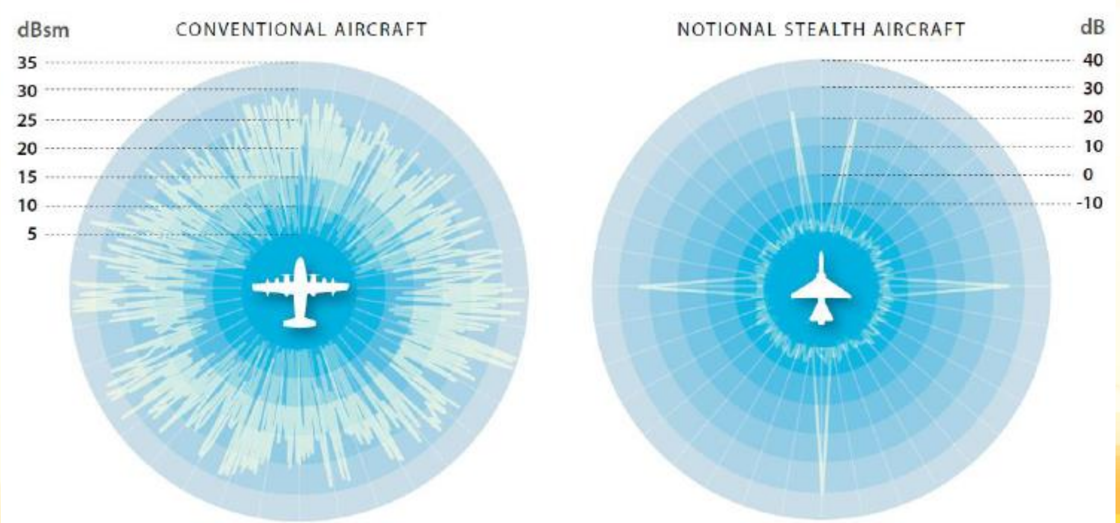
根据电磁散射机理，飞机上主要的散射源有整流罩，座舱，进气道，尾喷管，机翼，尾翼，外挂物，垂尾与平尾、机身与机翼构成的二面角反射器等。飞机的总散射场是以上各个散射源的综合。

对于外形隐身技术，根据能量守恒，减小头向电磁散射强度必然加强其它方向电磁散射强度。





外形隐身技术要点：不怕某几个方向很强，就怕许多方向都强



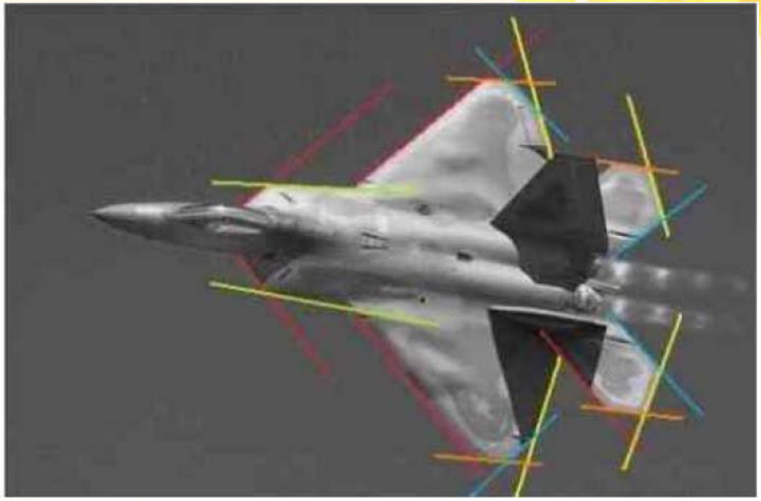
(1)整体外形：设法减少或合并有关的部件，取消各种外挂物，在机体表面尽量避免开口、缝隙、突起、凹陷和台阶；采用飞翼布局、翼身融合布局，将常规机身圆柱体镜面散射变成边缘绕射，削弱机翼和机身间的耦合散射；通过外形修形，用散射较弱的构型遮挡散射较强的构型，降低机身的整体散射。

- 多棱面外形技术：将目标设计成多棱面体。典型应用：F117隐身战斗机。
- 融合外形技术：平面融合和空间融合。典型应用：B-2隐身轰炸机。

F117

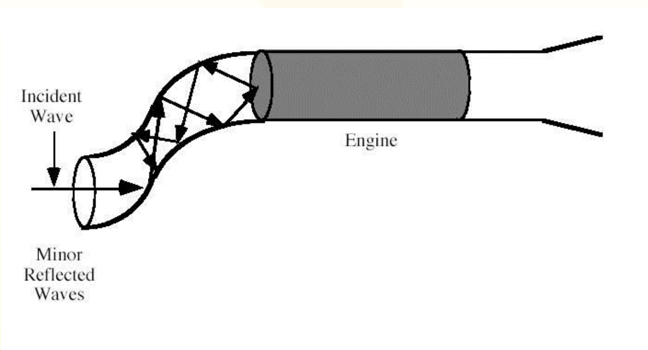
B-2

(2)边缘布置：机翼前缘后掠可降低前向RCS；将前后机翼的边缘平行化以集中强散射方向，形成强而窄的波峰，在雷达上形成“闪烁”信号，降低雷达发现概率。



(3)尾翼布置：采用无尾布局、V型尾翼、倾斜垂尾布局，根本上解决立尾和平尾间的耦合散射。

(4)进气道和尾喷口布置：进气道和尾喷口是腔体结构，是强电磁散射源。可以利用机身将进气道和尾喷管遮挡住；如果发动机性能允许，还可以用网络间距远小于波长的金属网覆盖进气道口面；将进气道设计成S形，在进气道内布置吸波导流板或吸波导流环，也可显著降低进气道RCS。同时，避免边界层分离板以及进气口唇部构成二面角。或者采用边界层吸收装置和无分离板超音速进气口(DSI)设计。另外，将进气道和尾喷口口面形状设置成矩形口面、缝隙状口面可降低耦合散射强度，锯齿化进气道唇口可降低唇口头向散射。

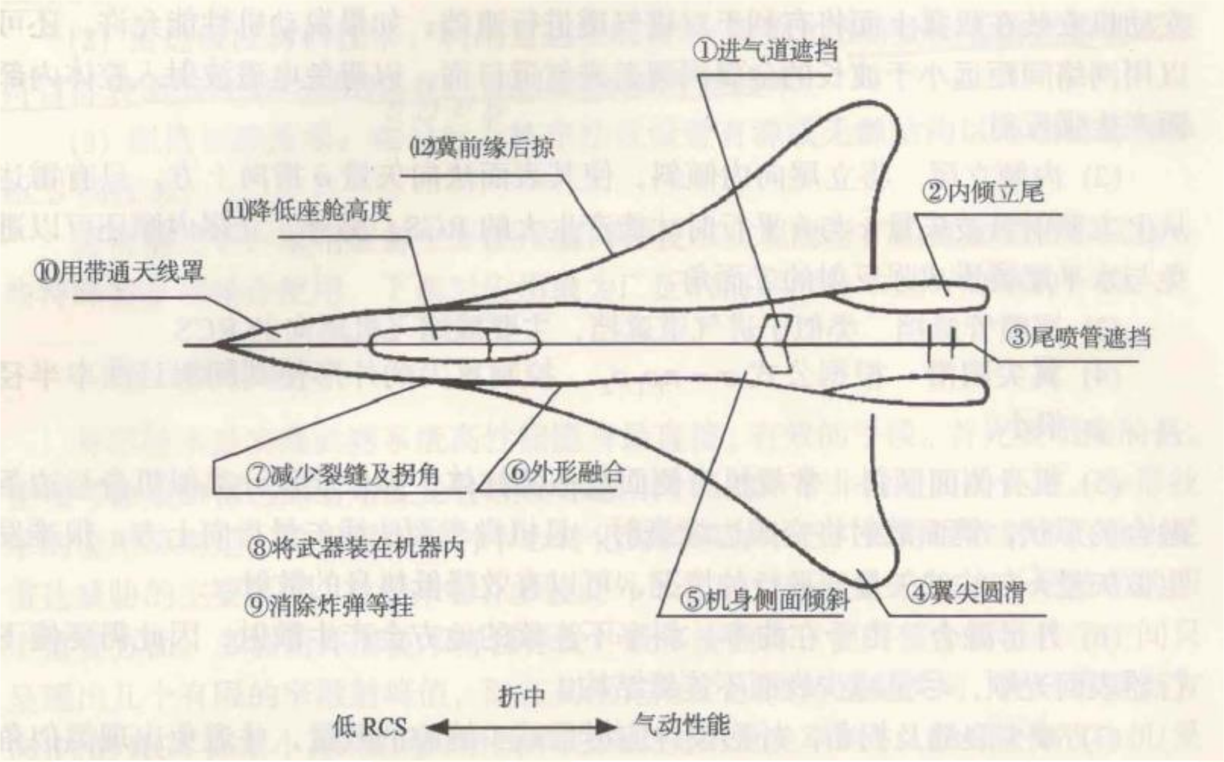


(5)外挂布置：设置内部弹舱，将武器外挂放在机体内；将弹舱边缘锯齿化，可降低缝隙和边缘散射。

(6)座舱设计：满足飞行员视野要求的前提下尽量降低座舱高度；在座舱上镀金属膜，避免电磁波进入座舱内部；将座舱边缘锯齿化也可降低缝隙和边缘散射。

(7)探测设备舱：选用频率选择表面(FSS)雷达罩，使得带内电磁波可无损耗通过，而带外电磁波全反射至其他方向；将雷达阵面倾斜，并采用电扫描相控阵雷达，可避免雷达阵面在来波方向产生强散射；将雷达置于翼面前缘，与前缘绕射波峰重合集中，也常用于雷达舱的隐身设计。

(8)缝隙、台阶等不连续特征布置：对不连续表面进行光滑处理，使缝隙、台阶等与边缘平行化布置以集中强散射方向，锯齿化边缘以降低头向散射，采用导电胶或吸波材料填充缝隙或进行表面涂覆以降低回波散射。

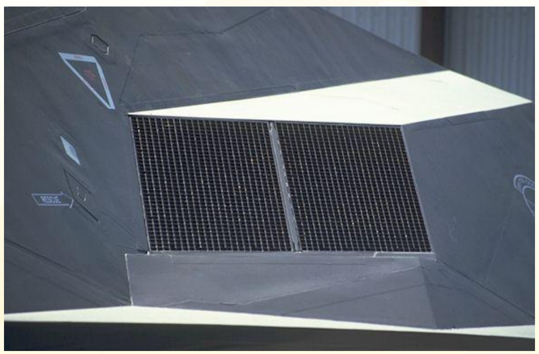

①进气道遮挡
⑫翼前缘后掠
⑪降低座舱高度
②内倾立尾
⑩用带通天线罩
③尾喷管遮挡
⑦减少裂缝及拐角
⑥外形融合
⑧将武器装在机器内
⑨消除炸弹等挂
⑤机身侧面倾斜
④翼尖圆滑
折中
低 RCS
气动性能


常规飞机


隐身飞机

2. 材料隐身技术

- 概念：利用雷达吸波材料(简称RAM)吸收电磁波能量或保持目标表面与自由空间的阻抗匹配以减小雷达回波功率，达到隐身目的。
- 优点：能在不改变飞机外形，或外形改变较小的情况下，实现隐身。
- 缺点：增加飞机重量，适用带宽受限制，涂敷的吸波材料容易脱落、变质，保养、维护费用高昂，高速飞行时，气动热对吸波材料的性能有较大影响。
- 付出代价：重量、保障



- 按发挥作用方式:

①电磁波能量转化成热量，近似I^2R 损耗;

②不吸收电磁波能量，只改变人射波传播方向;

③透射电磁波，尽量少地反射。

- 按吸收剂类型：电损耗型、 磁损耗型及混合型。
- 按工作频带：谐振型(窄频带)吸收材料和宽频带吸波材料
- 按结构类型：涂覆型和结构型吸波材料

吸波材料在有效降低目标RCS 的同时，会有力学性能、环境性能、费用、结构空间等方面的约束。

3. 有源对消技术

通过飞行器主动向雷达方向发射电磁波，与飞行器本身的散射回波相位相反，相位叠加后散射回波功率降低，达到隐身目的。

4. 无源对消技术

通过改变飞行器的外形，使飞行器不同部位的散射回波相位相反，相位叠加后散射回波功率降低，达到隐身目的。

- 优点：不改变飞机外形或外形改变较小；
- 缺点：适用的隐身带宽非常窄，难以实现多方位隐身，增加额外能耗。

现代飞行器一般不采用这两种隐身设计方法。

5. 阻抗加载技术：在目标特定位置设置有源或无源结构以控制目标整体RCS

6. 新概念隐身技术：如采用等离子体等方式实现的隐身技术。

- 优点：不改变飞机外形
- 缺点：需要额外能耗，等离子体难以均匀分布在飞机表面

7. 主动信号抑制技术——被动电磁探测系统：削减飞行器主动发射的电磁信号，避免被敌方被动电磁探测设备发现。如：主动信号控制：大功率搜索，小功率小扇区跟踪(随距离缩短降低功率)

5.4 电磁散射建模和数值计算方法

5.4.1 麦克斯韦方程及边界条件

1. Maxwell方程组 —— 电磁场的基本方程

微分形式

$$\begin{cases} \nabla\times\vec{\mathbf{H}}=\vec{\mathbf{J}}_f+\dfrac{\partial\vec{\mathbf{D}}}{\partial t} \\ \nabla\times\vec{\mathbf{E}}=-\dfrac{\partial\vec{\mathbf{B}}}{\partial t} \\ \nabla\cdot\vec{\mathbf{B}}=0 \\ \nabla\cdot\vec{\mathbf{D}}=\rho_f \end{cases}$$

$$\nabla\cdot\vec{J}=-\frac{\partial\rho}{\partial t}$$

积分形式

$$\begin{cases} \oint_C \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=\int_S(\vec{J}_f+\dfrac{\partial\vec{D}}{\partial t})\cdot \mathrm{d}\vec{S} \\ \oint_C \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=-\int_S\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S} \\ \oint_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=0 \\ \oint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\int_V\rho_f dV \end{cases}$$

$$\oint_S \vec{\mathbf{J}}\cdot \mathrm{d}\vec{\mathbf{S}}=-\frac{d}{dt}q$$

2. 媒质的本构关系

各向同性线性媒质的本构关系为

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \quad \vec{B} = \mu \vec{H} \quad \vec{J} = \sigma \vec{E}$$

代入麦克斯韦方程组中，有

限定形式的麦克斯韦方程

$$\begin{cases} \nabla \times \vec{H} = \sigma \vec{E} + \dfrac{\partial}{\partial t}(\varepsilon \vec{E}) \\ \nabla \times \vec{E} = -\dfrac{\partial}{\partial t}(\mu \vec{H}) \\ \nabla \cdot (\mu \vec{H}) = 0 \\ \nabla \cdot (\varepsilon \vec{E}) = \rho \end{cases}$$

(均匀媒质)

$$\begin{cases} \nabla \times \vec{H} = \sigma \vec{E} + \varepsilon \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\ \nabla \times \vec{E} = -\mu \dfrac{\partial \vec{H}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \vec{H} = 0 \\ \nabla \cdot \vec{E} = \rho / \varepsilon \end{cases}$$

3. 分析求解电磁问题的基本出发点和强制条件

出发点

条 件

Maxwell方程组

本构关系

边界条件

$$\begin{cases} \nabla\times\vec{\mathbf{H}}=\vec{\mathbf{J}}+\dfrac{\partial\vec{\mathbf{D}}}{\partial t} \\ \nabla\times\vec{\mathbf{E}}=-\dfrac{\partial\vec{\mathbf{B}}}{\partial t} \\ \nabla\cdot\vec{\mathbf{B}}=0 \\ \nabla\cdot\vec{\mathbf{D}}=\rho \end{cases}$$

$$\nabla\cdot\vec{J}=-\frac{\partial\rho}{\partial t}$$

$$\begin{cases} \vec{D}=\varepsilon\vec{E} \\ \vec{B}=\mu\vec{H} \\ \vec{J}=\sigma\vec{E} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{e}_n\times(\vec{H}_1-\vec{H}_2)=\vec{J}_S \\ \vec{e}_n\times(\vec{E}_1-\vec{E}_2)=0 \\ \vec{e}_n\cdot(\vec{B}_1-\vec{B}_2)=0 \\ \vec{e}_n\cdot(\vec{D}_1-\vec{D}_2)=\rho_S \end{cases}$$

$$\vec{e}_n\cdot(\vec{\mathrm{J}}_1-\vec{\mathrm{J}}_2)=-\frac{\partial}{\partial t}\rho_S$$

4. 麦克斯韦方程的复数表示——复矢量Maxwell方程

$$\begin{cases}\nabla\times\vec{\boldsymbol{H}}(\vec{r},t)=\vec{\boldsymbol{J}}(\vec{r},t)+\dfrac{\partial\vec{\boldsymbol{D}}(\vec{r},t)}{\partial t}\\ \nabla\times\vec{\boldsymbol{E}}(\vec{r},t)=-\dfrac{\partial\vec{\boldsymbol{B}}(\vec{r},t)}{\partial t}\\ \nabla\cdot\vec{\boldsymbol{D}}(\vec{r},t)=\rho(\vec{r},t)\\ \nabla\cdot\vec{\boldsymbol{B}}(\vec{r},t)=0\end{cases}
\Longleftrightarrow
\begin{cases}\nabla\times\vec{H}(\vec{r})=\vec{J}(\vec{r})+\mathrm{j}\omega\vec{D}(\vec{r})\\ \nabla\times\vec{E}(\vec{r})=-\mathrm{j}\omega\vec{B}(\vec{r})\\ \nabla\cdot\vec{D}(\vec{r})=\rho(\vec{r})\\ \nabla\cdot\vec{B}(\vec{r})=0\end{cases}$$

$$\nabla\cdot\vec{J}(\vec{r},t)=-\frac{\partial\rho(\vec{r},t)}{\partial t}\qquad\qquad \nabla\cdot\vec{J}(\vec{r})=-j\omega\rho(\vec{r})$$

5. Maxwell方程组的求解

- 所有电磁场问题最终都可归结为求满足各种边界条件的Maxwell方程组的解。
- 解析方法：适用于典型几何形状和结构相对简单的问题，可得到严格的解析解，并给出合理的物理解释。
- 数值方法：适用于各个复杂电磁系统，但计算复杂度较高。
  - 频域方法：有限元法、矩量法、单矩法等
  - 时域方法：时域有限差分法、传输线矩阵法、时域有限元法、时域积分方程方法等
  - 高频方法：几何光学法、物理光学法、几何绕射理论、物理绕射理沦、弹跳射线等.

5.4.2 常用电磁场数值求解方法

1. 矩 量 法 (Method of Moment, MoM)

- 发展史
  - 1963年，K.K.Mei，在其博士论文中首次提出了该方法
  - 1968年，R.F.Harrington，撰写了介绍该算法的专著
  - 20世纪90年代初，快速算法发展：如FMM, MLFMA, Wavelet等
- 应用
  - 天线问题、天线设计、微波网络、生物电磁学、辐射效应研究、微带线分析、辐射和散射、电磁兼容
- 主要思想
  - 先将需要求解的微分方程或积分方程写成带有微分或积分算符的算子方程
  - 再将待求函数表示为某一组选用的基函数的线性组合并代入算子方程
  - 最后用一组选定的权函数对所得的方程作内积运算，就得到一个矩阵方程或代数方程组

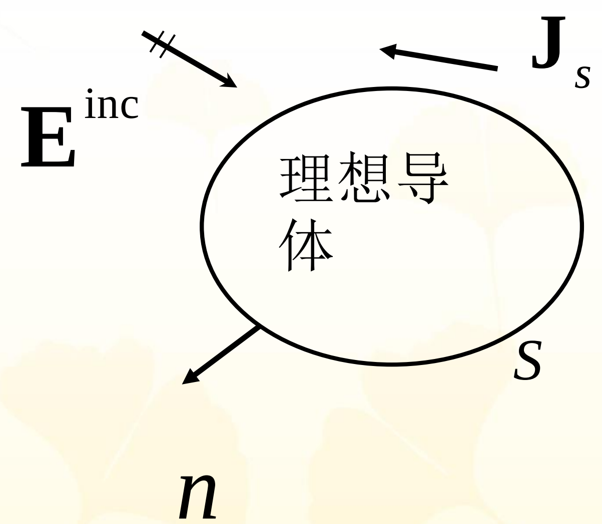
■ 基本步骤

□ 理想导体的电场积分方程

$$n\times\left(\mathbf{E}^{\mathrm{inc}}(\mathbf{r})+\mathbf{E}^{sca}(\mathbf{r})\right)=0 \quad \mathbf{r}'\in S$$

$$n\times\eta\mathcal{L}(\mathbf{J}_s(\mathbf{r}'))=-n\times\mathbf{E}^{\mathrm{inc}}(\mathbf{r}) \quad \mathbf{r}'\in S$$

其中,



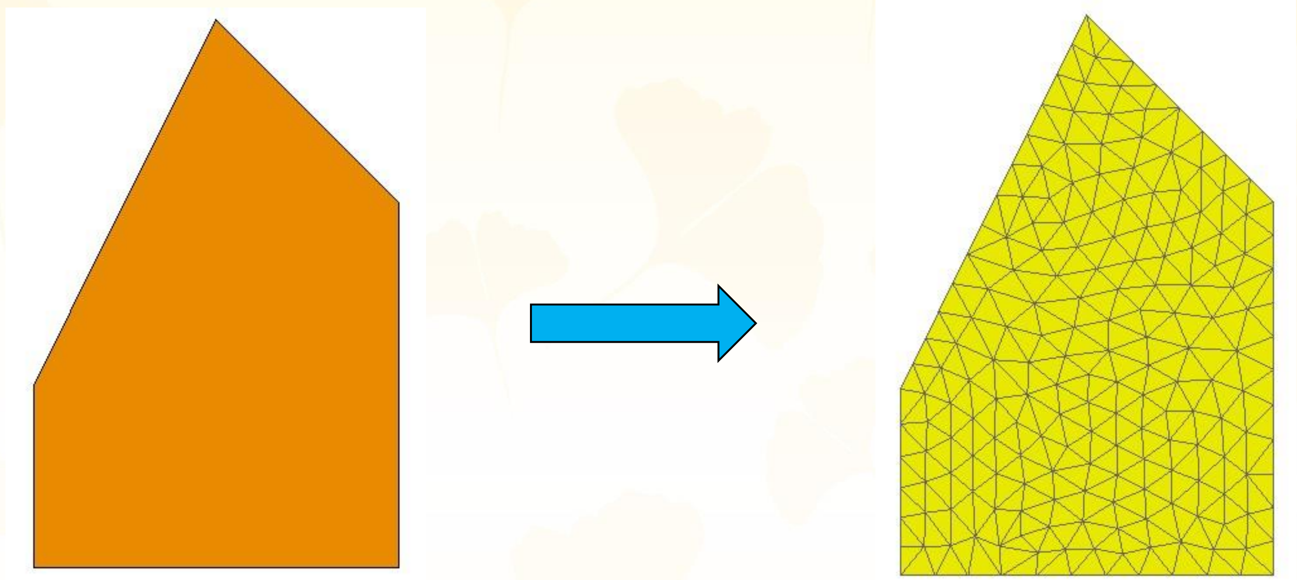
$$\mathcal{L}(\mathbf{X})=ik\int\overline{\mathbf{G}}(\mathbf{r},\mathbf{r}')\bullet\mathbf{X}d\tau'$$

$$=ik\int\left[\mathbf{X}+\frac{1}{k^2}\nabla\nabla'\bullet\mathbf{X}\right]G(\mathbf{r},\mathbf{r}')d\tau'$$

$$G(\mathbf{r},\mathbf{r}')=\frac{e^{-jk|r-r'|}}{4\pi|r-r'|}$$

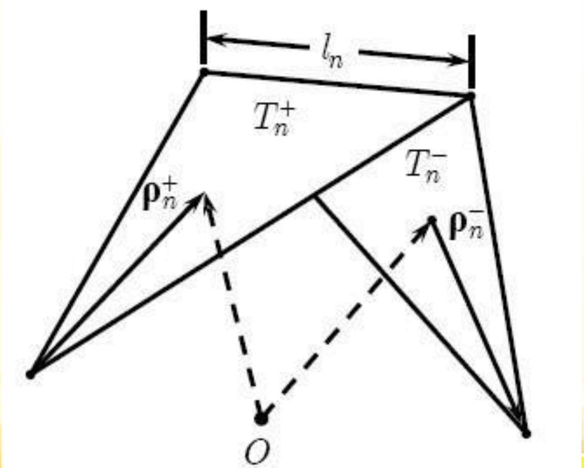
格林函数

- 将导体表面进行网格离散，选用平面三角形进行剖分



- 在离散的三角形单元上定义如下RWG基函数

$$
\mathbf{f}_n(\mathbf{r}) = \begin{cases} \dfrac{l_n}{2A_n^+}\boldsymbol{\rho}_n^+ = \dfrac{l_n}{2A_n^+}(\mathbf{r}-\mathbf{r}_n^+) & \mathbf{r}\in T_n^+ \\ \dfrac{l_n}{2A_n^+}\boldsymbol{\rho}_n^- = \dfrac{l_n}{2A_n^+}(\mathbf{r}-\mathbf{r}_n^+) & \mathbf{r}\in T_n^- \\ 0 & otherwise \end{cases}
$$



- 将未知的表面电流 $\mathbf{J}_s$ 展开成

$$\mathbf{J}_s(\mathbf{r}) \approx \sum_{n=1}^{N} a_n \mathbf{f}_n(\mathbf{r})$$

a_n 是待求解的未知系数

代入到积分方程中有

$$\sum_{n=1}^{N} n \times \eta \mathcal{L}(a_n \mathbf{f}_n(\mathbf{r}')) = -n \times \mathbf{E}^{\text{inc}}(\mathbf{r})$$

- 选取权函数 $n \times \mathbf{f}_m(\mathbf{r})$ 测试上述方程两端，即作内积运算

$$\sum_{n=1}^{N} a_n \eta \left\langle n \times \mathbf{f}_m(\mathbf{r}), n \times \mathcal{L}(\mathbf{f}_n(\mathbf{r}')) \right\rangle = -\left\langle n \times \mathbf{f}_m(\mathbf{r}), n \times \mathbf{E}^{\text{inc}}(\mathbf{r}) \right\rangle$$

$$m = 1, 2, 3 \ldots N$$

- 这样未知电流系数可以转化为矩阵方程的求解

$$\mathbf{ZI} = \mathbf{V}$$

矩阵方程直接求解：LU，SVD；

迭代：CG、BiCG、GMRES

算法软件包：LAPACK、BLAS、MKL

$$\begin{aligned}
\mathrm{Z}_{mn} &= \left\langle n\times\mathbf{f}_m(\mathbf{r}), n\times\mathcal{L}(\mathbf{f}_n(\mathbf{r}'))\right\rangle \\
&= \left\langle \mathbf{f}_m(\mathbf{r}), \mathcal{L}(\mathbf{f}_n(\mathbf{r}'))\right\rangle \\
&= ik\int_{S_m}\mathbf{f}_m(\mathbf{r})\cdot\int_{S_n}\left[\mathbf{f}_n(\mathbf{r}') + \frac{1}{k^2}\nabla\nabla'\cdot\mathbf{f}_n(\mathbf{r}')\right]\mathrm{G}(\mathbf{r},\mathbf{r}')d\mathbf{r}'d\mathbf{r}
\end{aligned}$$

$$\mathrm{V}_m = -\left\langle n\times\mathbf{f}_m(\mathbf{r}), n\times\mathbf{E}^{\mathrm{inc}}(\mathbf{r})\right\rangle$$

- 从而可以完成散射场的计算

$$\begin{aligned}
\mathbf{E}^{sca}(\mathbf{r}) &= \eta\mathcal{L}(\mathbf{J}_s(\mathbf{r}')) \\
&= ik\eta\int\left[\mathbf{J}_s(\mathbf{r}') + \frac{1}{k^2}\nabla\nabla'\bullet\mathbf{J}_s(\mathbf{r}')\right]G(\mathbf{r},\mathbf{r}')d\mathbf{r}'
\end{aligned}$$

- 特点
  - 离散积分方程，可以自动满足辐射边界条件，无需设置吸收边界
  - 未知量仅存在与目标表面或者内部，不存在网格色散问题
  - 可以对任意结构形状的物体上的电流结构建模
  - 产生的矩阵系统是满阵，计算复杂度高，矩量法的内存需求复杂度$O(N^2)$ 量级，直接求解复杂度为$O(N^3)$，迭代求解的计算复杂度为$O(N^2)$
  - 矩阵稀疏化的方法：

(1) 采用特殊设计的基函数、权函数得到稀疏化矩阵。如阻抗矩阵对角 化(IML)技术、小波方法、及复多波束(CMBA)等。

(2) 基于对目标各部分的几何分区，将互耦分为附近区耦合和非附近区耦合计算，如快速多极子方法(FMM)、矩阵分解算法(MDA) 、自适应积分方程法(AIM)等。

(3) 其他稀疏化方法，如降低权函数密度法、矩阵降阶技术等。

2.时域有限差分(Finite Difference Time Domain, FDTD)

- 发展史
  - 1966年，Yee首先提出麦克思维方程的差分离散形式
  - 1975年，Taflove 等讨论了时谐场情况的近一远场外推，以及数值稳定性条件
  - 1994年， Berenger提出将麦克斯韦方程扩展为场分量分裂形式，并构成完全匹配层(PML)
- 应用
  - 天线辐射、散射和雷达截面计算、微波器件和导行波结构的研究、周期结构分析 、电子封装和电磁兼容分析
- 主要思想
  - 以差分原理为基础，将连续的时间-空间分离为离散的时间和空间，直接求解依赖时间变量的麦克斯韦旋度方程，利用中心差分近似把旋度方程中的微分算符直接转换为差分形式，用各离散点上的数值解来逼近连续场域内的真实解对电磁场**E**和**H**分量在时间和空间上采用半步长交替网格的离散形式

■ 差分的基本概念

□ 设函数 $f(x)$ 的自变量 x 有一小增量 Δx，则 $f(x)$ 的增量为

$$\Delta f(x) = f(x+\Delta x) - f(x)$$

其差商为

$$\frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

当 $\Delta x \to 0$ 时，$f(x)$ 的导数定义为差商的极限，即

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

当 Δx 足够小时，$f(x)$ 的导数可以近似为

$$\frac{df}{dx} \approx \frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$$

- 根据导数取值的位置不同，差分格式分为前向差分、后向差分和中心差分，它们的定义分别为

$$\left.\frac{\Delta f}{\Delta x}\right|_x = \frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$$

$$\left.\frac{\Delta f}{\Delta x}\right|_x = \frac{f(x)-f(x-\Delta x)}{\Delta x}$$

$$\left.\frac{\Delta f}{\Delta x}\right|_x = \frac{f(x+\Delta x/2)-f(x-\Delta x/2)}{\Delta x}$$

由Taylor级数展开知，前向差分和后向差分具有一阶精度，中心差分具有二阶精度。

■ 基本步骤

□ 麦克斯韦旋度方程

$$\nabla\times\mathbf{H}=\frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t}+\mathbf{J}$$

$$\nabla\times\mathbf{E}=-\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}-\mathbf{J}_m$$

□ 电场和磁场*X*分量可以写成

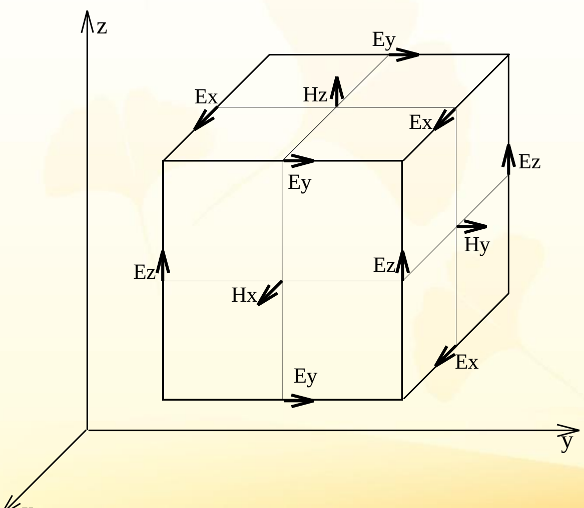
$$\begin{cases}\dfrac{\partial H_x}{\partial t}=\dfrac{1}{\mu}\left(\dfrac{\partial E_y}{\partial z}-\dfrac{\partial E_z}{\partial y}-\sigma_{\mathrm{m}}H_x\right)\\[2ex]\dfrac{\partial H_y}{\partial t}=\dfrac{1}{\mu}\left(\dfrac{\partial E_z}{\partial x}-\dfrac{\partial E_x}{\partial z}-\sigma_{\mathrm{m}}H_y\right)\\[2ex]\dfrac{\partial H_x}{\partial t}=\dfrac{1}{\mu}\left(\dfrac{\partial E_y}{\partial z}-\dfrac{\partial E_z}{\partial y}-\sigma_{\mathrm{m}}H_x\right)\end{cases}$$

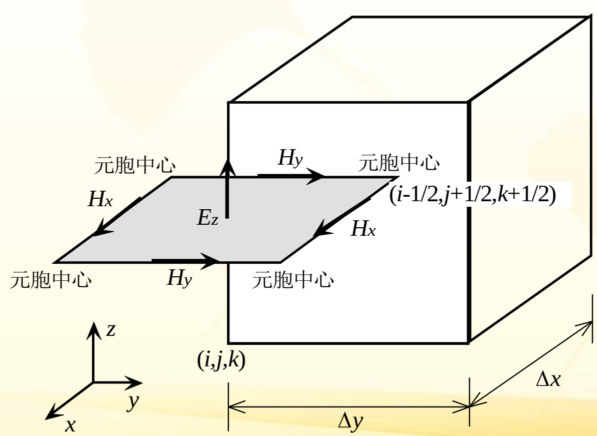
$$\begin{cases}\dfrac{\partial E_x}{\partial t}=\dfrac{1}{\varepsilon}\left(\dfrac{\partial H_z}{\partial y}-\dfrac{\partial H_y}{\partial z}-\sigma E_x\right)\\[2ex]\dfrac{\partial E_y}{\partial t}=\dfrac{1}{\varepsilon}\left(\dfrac{\partial H_x}{\partial z}-\dfrac{\partial H_z}{\partial x}-\sigma E_y\right)\\[2ex]\dfrac{\partial E_z}{\partial t}=\dfrac{1}{\varepsilon}\left(\dfrac{\partial H_y}{\partial x}-\dfrac{\partial H_x}{\partial y}-\sigma E_z\right)\end{cases}$$

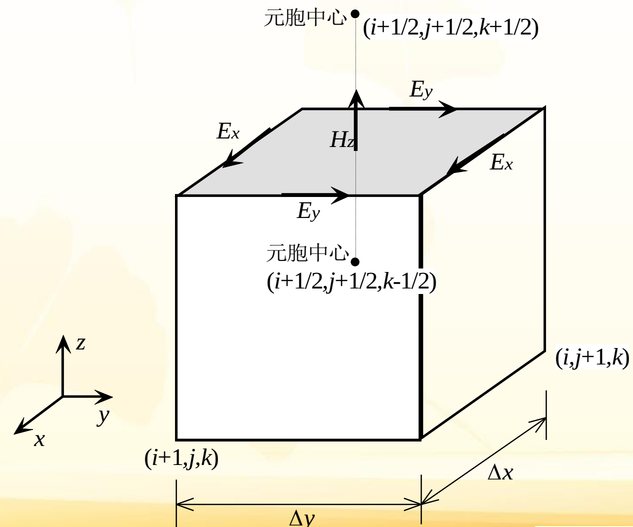
- 将空间网格节点表示为$(i,j,k)=(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z)$，在任一离散时间点上，网格上某一离散点的任意空间和时间函数表示为

$$F(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t)=F_{i,j,k}^{n}$$

其中，$\Delta x, \Delta y, \Delta z$ 分别是3个坐标轴向上的空间网格长度，Δt 为时间步长，i、j、k和n为整数。Yee网格的电场和磁场分量在空间被交叉放置，这保证在介质边界处切向场分量的连续条件得到自然满足，这种电磁场的空间放置方法也符合法拉第定律和安培定律的自然几何结构。







- 对空间和时间的微分采用中心差分的形式表达，电场 x分量可以写成

$$E_x\Big|_{i+1/2,j,k}^{n+1} = CA(m)\cdot E_x\Big|_{i+1/2,j,k}^{n} + CB(m)\cdot\left[\frac{H_z\Big|_{i+1/2,j+1/2,k}^{n+1/2} - H_z\Big|_{i+1/2,j-1/2,k}^{n+1/2}}{\Delta y} - \frac{H_y\Big|_{i+1/2,j,k+1/2}^{n+1/2} - H_y\Big|_{i+1/2,j,k-1/2}^{n+1/2}}{\Delta z}\right]$$

$$CA(m) = \frac{\dfrac{\varepsilon(m)}{\Delta t} - \dfrac{\sigma(m)}{2}}{\dfrac{\varepsilon(m)}{\Delta t} + \dfrac{\sigma(m)}{2}} = \frac{1 - \dfrac{\sigma(m)\Delta t}{2\varepsilon(m)}}{1 + \dfrac{\sigma(m)\Delta t}{2\varepsilon(m)}}$$

$$CB(m) = \frac{1}{\dfrac{\varepsilon(m)}{\Delta t} + \dfrac{\sigma(m)}{2}} = \frac{\dfrac{\Delta t}{\varepsilon(m)}}{1 + \dfrac{\sigma(m)\Delta t}{2\varepsilon(m)}}$$

- 类似的，磁场x分量可以写成

$$H_x\Big|_{i,j+1/2,k+1/2}^{n+1/2}=CP(m)\cdot H_x\Big|_{i,j+1/2,k+1/2}^{n-1/2}-CQ(m)\cdot\left[\frac{E_z\Big|_{i,j+1,k+1/2}^{n}-E_z\Big|_{i,j,k+1/2}^{n}}{\Delta y}-\frac{E_y\Big|_{i,j+1/2,k+1}^{n}-E_y\Big|_{i,j+1/2,k}^{n}}{\Delta z}\right]$$

$$CP(m)=\frac{\dfrac{\mu(m)}{\Delta t}-\dfrac{\sigma_m(m)}{2}}{\dfrac{\mu(m)}{\Delta t}+\dfrac{\sigma_m(m)}{2}}=\frac{1-\dfrac{\sigma_m(m)\Delta t}{2\mu(m)}}{1+\dfrac{\sigma_m(m)\Delta t}{2\mu(m)}}\qquad CQ(m)=\frac{1}{\dfrac{\mu(m)}{\Delta t}+\dfrac{\sigma_m(m)}{2}}=\frac{\dfrac{\Delta t}{\mu(m)}}{1+\dfrac{\sigma_m(m)\Delta t}{2\mu(m)}}$$

- 在时域交叉半步逐步推进计算流程

若已知$t_1=t_0=n\Delta t$时刻空间各处的**E**的值

计算$t_2=t_1+\Delta t/2$时刻空间各处的**H**的值

计算$t_1=t_2+\Delta t/2$时刻空间各处的**E**的值

特点

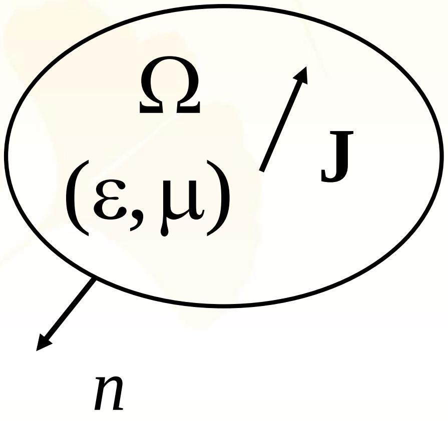
- 随时间推进计算，无需矩阵求逆
- 电磁场节点当前值只与前一时刻节点值相关，电磁场节点只与相邻节点相关，便于并行计算；
- 通过空间节点给介质参数赋值，便于处理复杂目标；
- 需要强加吸收边界条件(ABC)来截断模拟区域，不能方便地处理无穷域问题，吸收边界条件都会不可避免地出现虚拟反射误差；
- FDTD网格模拟的相速将随波长、传播方向和网格形式而变化，即存在相速失真。

3.有限元方法(Finite Element Method, FEM)

- 发展史
  - 1943年，Courant 最早提出思想，求解位势理论中的变分问题
  - 1969年， Silvester首次应用于微波工程和电磁学，用来分析空腔波导中的电磁波传播
  - 1982年，Marin发展了另一种有限元和边界积分方程的组合方法，用于求解开域电磁散射问题
  - 20世纪80年代，棱边矢量有限元的发展，精确模拟了电磁场的本质，消除了传统的节点有限元产生的诸多缺陷
- 应用
  - 热传导、渗流、流体力学、空气动力学、土壤力学、机械零件强度分析、电磁工程问题等等
- 主要思想
  - 用多个子域来离散整个连续区域。在各个子域中，未知函数用带有未知系数的简单基函数线性表示。

■ 边值问题

□ 为了计算区域Ω中电流J产生的电场强度，需要求解以下麦克斯韦方程组



$$\nabla\times\mathbf{H}=\mathbf{J}+j\omega\varepsilon\mathbf{E}$$

$$\nabla\times\mathbf{E}=-j\omega\mu\mathbf{H}$$

$$\nabla\cdot(\mu\mathbf{H})=0$$

$$\nabla\cdot(\varepsilon\mathbf{E})=-\frac{1}{j\omega}\nabla\cdot\mathbf{J}$$

且满足给定的边界条件。联立上述两个旋度方程，可以得到矢量波动方程

$$\nabla\times\left(\frac{1}{\mu_r}\nabla\times\mathbf{E}\right)-k_0^2\varepsilon_r\mathbf{E}=-jk_0Z_0\mathbf{J}$$

ε_r，μ_r是介质的相对介电常数和相对磁导率，$k_0=\omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}$ 是自由空间传播常数，$Z_0=\sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$ 为自由空间波阻抗

- 典型的电场边界条件是理想导体表面的齐次狄利克雷条件和阻抗表面的混合边界条件，假定

$$n \times \mathbf{E} = \mathbf{E}_t \big|_{\Gamma_D}$$

$$n \times \left(\frac{1}{\mu_r} \nabla \times \mathbf{E}\right) + \frac{jk_0}{\eta} n \times (n \times \mathbf{E}) = \mathbf{K}_N \big|_{\Gamma_N}$$

$\mathbf{E}_t$为边界Γ_D上切向电场；$\eta = \sqrt{\mu_r / \varepsilon_r}$ 为边界Γ_N的归一化表面阻抗；$\mathbf{K}_N$为一个已知函数，代表位于边界Γ_N上的源

■ 有限元构建

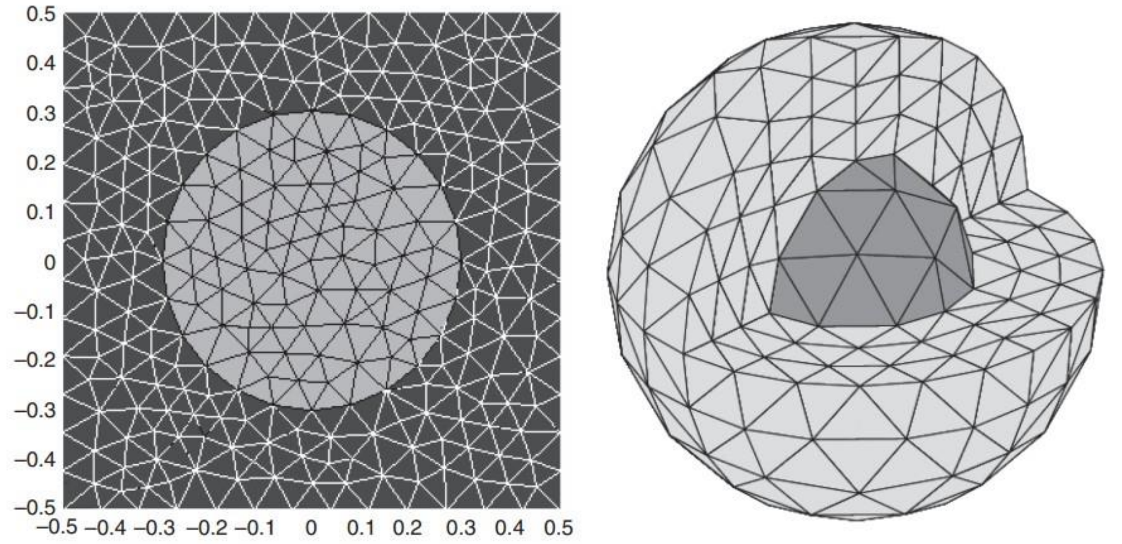
- □ 用一个适当的权函数**W**乘以波动方程，在沿区域Ω积分，即可获得一个弱解方程

$$\int_\Omega \mathbf{W}\cdot\left[\nabla\times\left(\frac{1}{\mu_r}\nabla\times\mathbf{E}\right)-k_0^2\varepsilon_r\mathbf{E}\right]d\Omega=-jk_0Z_0\int_\Omega \mathbf{W}\cdot\mathbf{J}d\Omega$$

- □ 根据矢量恒等式和散度定理，并考虑到边界条件，有

$$\int_\Omega\left[\frac{1}{\mu_r}(\nabla\times\mathbf{W})\cdot(\nabla\times\mathbf{E})-k_0^2\varepsilon_r\mathbf{W}\cdot\mathbf{E}\right]d\Omega=\oint_{\Gamma_D}\frac{1}{\mu_r}(n\times\mathbf{W})\cdot(\nabla\times\mathbf{E})d\Gamma-jk_0Z_0\int_\Omega\mathbf{W}\cdot\mathbf{J}d\Omega$$
$$-\oint_{\Gamma_N}\left[\frac{jk_0}{\eta}(n\times\mathbf{W})\cdot(n\times\mathbf{E})+\mathbf{W}\cdot\mathbf{K}_N\right]d\Gamma$$

- 有限元的基本原理就是将整个区域划分为很多小的子区域，这些子域称为有限元，然后寻找每个有限元的近似解。
- 为了便于模拟复杂的区域形状，通常对于二维边值问题，子域的形状采用三角形；而对于三维边值问题，子域的形状采用四面体。对于一些特殊的边值问题，子域的形状也可采用其他形式。



(a)

(b)

- 为了求解弱解方程，在每一个小的有限元中，以一系列离散值对电场强度**E**进行插值。
- 对于有限元的每条棱边处电场强度**E**的切向分量赋值，然后使用一组矢量基函数在其他点上进行插值，如三角单元中的电场可以插值成

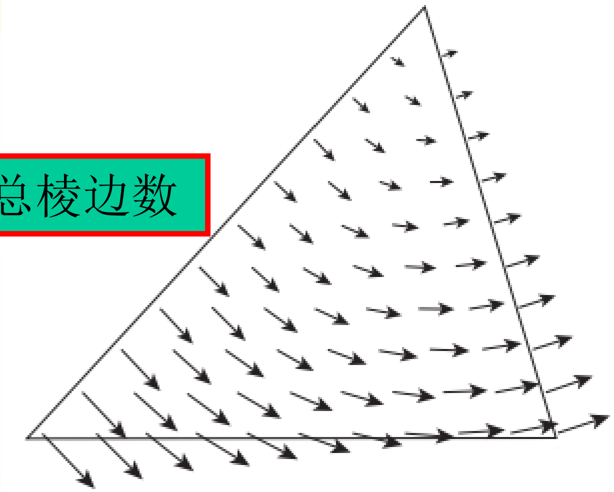
$$\mathbf{E}^{(e)}(x,y)=\mathbf{N}_{12}^{(e)}(x,y)E_{12}^{(e)}+\mathbf{N}_{13}^{(e)}(x,y)E_{13}^{(e)}+\mathbf{N}_{23}^{(e)}(x,y)E_{23}^{(e)}$$

四面体有限元中的电场可以插值为

$$\begin{aligned}\mathbf{E}^{(e)}(x,y,z)=\mathbf{N}_{12}^{(e)}(x,y,z)E_{12}^{(e)}+\mathbf{N}_{13}^{(e)}(x,y,z)E_{13}^{(e)}+\mathbf{N}_{14}^{(e)}(x,y,z)E_{14}^{(e)}\\+\mathbf{N}_{23}^{(e)}(x,y,z)E_{23}^{(e)}+\mathbf{N}_{24}^{(e)}(x,y,z)E_{24}^{(e)}+\mathbf{N}_{34}^{(e)}(x,y,z)E_{34}^{(e)}\end{aligned}$$

$E_{ij}^{(e)}$为连接有限元e的两个节点i和j的棱边处电场强度的切向分量;$\mathbf{N}_{ij}^{(e)}$为相应的插值基函数或基函数

- 右下图给出了三角形有限元的矢量基函数，这种基函数仅在相关的棱边上具有切向分量，而允许法向分量不连续，从而以精确的模拟矢量场的本质
- 在每个有限元中的电场强度**E**用棱边切向分量插值后，全区域Ω中的电场强度**E**可以表示为



边界Γ_D的总棱边数

除去边界Γ_D的总棱边数

$$\mathbf{E}=\sum_{i=1}^{N_{edge}}\mathbf{N}_iE_i+\sum_{i=1}^{N_D}\mathbf{N}_i^DE_i^D$$

第i棱边处的矢量基函数和相应的电场切向分量

边界上的矢量基函数和相应的电场切向分量

- 特点
  - 以变分原理为理论基础，寻找使系统能量达到极值的场解或位解因此能避免如有限差分法存在的数值色散问题。
  - 最终求解的线性代数方程组一般为对称正定的稀疏矩阵，可以通过压缩方式存储，计算复杂度和存储复杂度均为O(N)，N为未知量数目，计算效率较高。
  - 方便于处理多种介质和非均匀连续媒质问题。
  - 对求解空间进行体剖分，所需的未知量数目与求解空间尺寸的三次方成正比。
  - 对无边界问题需要对边界进行建模。

5.4.3 常用电磁场仿真软件

- CST
- HFSS
- FEKO
- XFDTD
- XGTD

http://www.vi-re.com/product/id/product/2

1. CST

- CST MICROWAVE STUDIO（简称CST MWS，中文名称“CST微波工作室”）
- CST工作室套装是面向3D电磁场、微波电路和温度场设计工程师的一款最有效、最精确的专业仿真软件包，共包含七个工作室子软件，集成在同一平台上。
- 可以为用户提供完整的系统级和部件级的数值仿真分析。软件覆盖整个电磁频段，提供完备的时域和频域全波算法。
- 典型应用包含各类天线/RCS(Rich Communication Suite)、EMC/EMI、场路协同、电磁温度协同和高低频协同仿真等等。

- 广泛应用于通用高频无源器件仿真
  - 雷击Lightning、
  - 强电磁脉冲EMP、
  - 静电放电ESD、
  - EMC/EMI、
  - 信号完整性/电源完整性SI/PI、
  - TDR和各类天线/RCS仿真。
- 结合其它工作室，如导入CST印制板,空间三维频域幅相电流分布，可以完成系统级电磁兼容仿真。

2. HFSS

- 基于有限元法FEM.
- 广泛地应用于航空、航天、电子、半导体、计算机、通信等多个领域，帮助工程师们高效地设计各种高频结构，包括：射频和微波部件、天线和天线阵及天线罩，高速互连结构、电真空器件，研究目标特性和系统/部件的电磁兼容/电磁干扰特性。

■ 射频和微波器件设计

HFSS能够快速精确地计算各种射频/微波部件的电磁特性，得到S参数、传播特性、高功率击穿特性，优化部件的性能指标，并进行容差分析，帮助工程师们快速完成设计并把握各类器件的电磁特性，包括：波导器件、滤波器、转换器、耦合器、功率分配/合成器，铁氧体环行器和隔离器、腔体等。

■ 天线、天线罩及天线阵设计仿真

HFSS可为天线及其系统设计提供全面的仿真功能，精确方针计算天线的各种性能，包括二维、三维远场/近场辐射方向图、天线增益、轴比、半功率波瓣宽度、内部电磁场分布、天线阻抗、电压驻波比、S参数等。

3. FEKO

- 用于3D结构电磁场分析的仿真工具。
- FEKO仿真基于著名的矩量法（MoM）对Maxwell方程组的求解。FEKO实现了非常全面的MoM代码，可以解决任何结构类型的问题；
- FEKO还针对许多特定问题，例如平面多层介质结构、金属表面的涂覆等等，开发了量身定制的代码，在保证精度的同时获得最佳的效率。

- 为了求解电大问题，FEKO引入了多层快速多极子方法（MLFMM）。FEKO是世界上第一个把这种方法推向市场的商业代码。这种方法使得精确仿真电大问题成为可能。
- FEKO中有两种高频近似技术可用，一个是物理光学（PO），另一个是一致性绕射理论（UTD）。在MoM和MLFMM需求的资源不够时，这两种方法提供求解的可能性。FEKO中通过混合MoM/PO和MoM/UTD来为电大尺寸问题的精度提供保证。
- FEKO还开发了MoM/FEM混合方法用于高效求解非均匀介质目标的辐射和散射问题。

4. XFDTD

- XFdtd 是由美国 REMCOM 公司开发的一款基于电磁数值计算方法 FDTD （时域有限差分法）的全波三维电磁仿真软件。
- XFDTD 是高频电磁分析模拟软体。利用有限差分时域（ FDTD ）演算法解 Maxwell’s 方程式，在任意导体及介电质环境下之时间与空间领域的电磁场问题.
- 可应用的频谱范围约 100 kHz 至 3000 GHz 。 从无线电波（ Radiowave ）， 微波（ Microwave ）， 毫米波（ Millimeter-wave ）乃至於光学频率.

- 应用领域包括：
  - 移动电话、蓝芽装置、无线网络设备或其他无线装置的天线设计
  - 超宽频 (UWB)
  - 微波电路
  - EMC
  - 生物医学设备
  - 雷达系统
  - 电磁散射
  - 电磁场与人体的交互作用（例如 SAR 的计算）
  - EOS （ Electro-Optical Systems ）
  - 封装等。

5. XGTD

- XGtd 是 REMCOM 软件包核心产品之一。
- XGtd 是基于高频几何绕射和射线追踪方法的电大系统高频仿真工具，克服了传统高频渐进方法不能处理多次反射、透射、绕射和表面爬行波的缺陷，适合精确解决电大尺寸问题。
- XGtd 能够建立复杂物体的传播模型，分析天线的优化布局，平台对天线远场的影响，天线之间的干扰和耦合等；预测发射机和接收机与物体的相互作用，计算信号强度；创建和模拟电波暗室，分析电磁信号传播特性等。
- XGtd 广泛应用于飞机、舰船、机车、卫星等各类平台天线系统的电磁兼容分析、散射分析以及电波暗室的模拟。

习题五

1. 某雷达发射功率为1000KW，增益为40dB，工作频率10GHz，接收机最小可识别功率为1mW，对于散射截面为10dBsm，-10dBsm，-20dBsm的目标的最远探测距离分别是多少？

2. 试用瑞利散射解释天空为什么是蓝的？旭日和夕阳为什么是红的？云为什么是白的？

3. 雷达散射截面物理含义是什么，常用缩减方法有那些？

4. 列举常用的电磁场数值仿真方法，并分析他们的计算复杂度。