

理论作业

- ▶ 设 $\varphi(x) = x + c(x^2 - 3)$, 如何选取 c 才能使迭代 $x_{k+1} = \varphi(x_k)$ 具有局部收敛性? c 取何值时, 这个迭代收敛最快。
- ▶ 应用牛顿迭代法于方程 $x^n - a = 0$ ($a > 0$), 导出求 $a^{\frac{1}{n}}$ 的迭代公式, 并讨论其收敛性。
- ▶ 用列主元消去法解线性方程组

$$\begin{aligned}12x_1 - 3x_2 + 3x_3 &= 15, \\-18x_1 + 3x_2 - x_3 &= -15, \\x_1 + x_2 + x_3 &= 6,\end{aligned}$$

并给出系数矩阵 A 的 LU 分解 (即 $PA = LU$), 以及求出 A 的行列式的值。

► 设

$$A = \begin{pmatrix} 100 & 99 \\ 99 & 98 \end{pmatrix}$$

计算 A 的条件数。

► 设线性方程组

$$\begin{aligned} 5x_1 + 2x_2 + x_3 &= -12, \\ -x_1 + 4x_2 + 2x_3 &= 20, \\ 2x_1 - 3x_2 + 10x_3 &= 3. \end{aligned}$$

1) 考察用 Jacobi 迭代法, Gauss-Seidel 迭代法解此方程组的收敛性; 2) 用 Jacobi 迭代法, Gauss-Seidel 迭代法解此方程组, 要求当 $\|x^{(k+1)} - x^{(k)}\|_{\infty} < 10^{-3}$ 时迭代终止。

编程作业 1

► 求下列方程的实根

1. (1) $x^2 - 3x + 2 - e^x = 0$;

2. (2) $x^3 + 2x^2 + 10x - 20 = 0$.

要求：(1) 设计一种不动点迭代法，要使迭代序列收敛，计算到 $|x_k - x_{k-1}| < 10^{-8}$ 为止。(2) 用牛顿迭代，同样计算到 $|x_k - x_{k-1}| < 10^{-8}$ 。输出迭代初值及各次迭代值和迭代次数 k ，比较方法的优劣。

编程作业 2

1. 给出线性方程组 $Ax = b$, 其中

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ -1 & 3 & -1 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -1 & 3 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & -1 & 3 & -1 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} \frac{5}{2} \\ \frac{3}{2} \\ \frac{3}{2} \\ 1 \\ 1 \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix}.$$

分别用 Jacobi 迭代法, SOR 迭代法

($\omega = 1, 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5$) 解此方程组。比较计算结果。

附注

- ▶ 时间：11月11日之前发送到 3251813455@qq.com
- ▶ 打包后提交，提交格式：*班数值分析-作业*-姓名-学号-序号（一定是，否则拒收哈！）举例：x 班数值分析-作业 1-帅帅-201820102020-01
- ▶ 理论作业，（复杂公式可以手写在干净白纸上插入 word（或者使用 Latex），最终转成 pdf 格式）
- ▶ 对于每个程序，请给出使用说明文件（pdf 格式）。说明文件类似于物理实验的实验报告，内容包括：程序思路说明，编译命令或环境，使用说明，实验结果以及其它需要说明以便帮助助教判定的内容。
- ▶ 编程可以用任何语言：(Python, C, C++, Matlab, Mathematica, Delphi, Fortran 等) 不允许使用内置函数完成主要功能
- ▶ 结果输出要求小数点后至少 12 位。