第三章 电力系统潮流分析与计算

第三章 电力系统潮流分析与计算

问题

1、什么是电力系统潮流？（重要）

2、潮流分析有何特殊性？

3、如何计算电压降落和功率损耗？（基本）

4、潮流分布有何特征？

5、如何人工计算潮流？（困惑？物理概念）

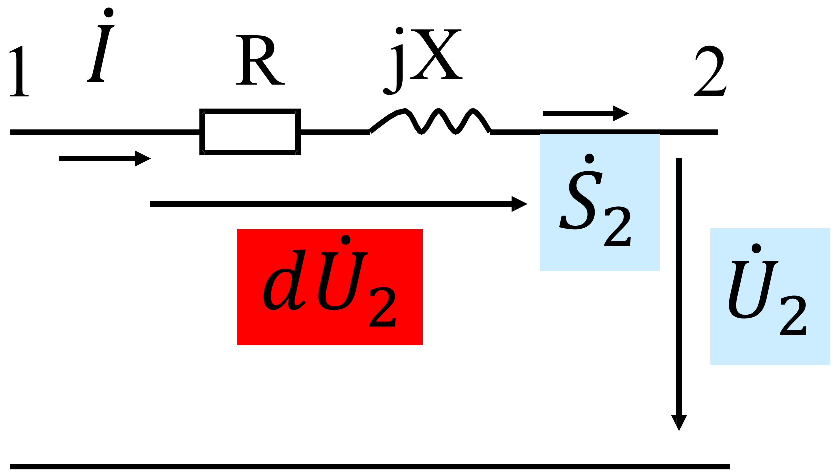
1 潮流基本概念

- 潮流：电力系统中电压（各节点）、功率(有功、无功)（各支路）的稳态分布。
- Load Flow, Power Flow
- 为何要研究？分析和评价电网的安全、经济和质量，服务于规划和运行
- 怎么研究？人工（简单系统、分析潮流特性和基本概念）、计算机（复杂系统）

与电路原理的分析方法有何区别?

- 已知条件变了：复电流→复功率
- 建模物理基础变了：功率平衡（时时处处）
- 模型变了：非线性方程组，建模，确定算法，编程，计算机求数值解。
- 计算结果的规律特殊：潮流分布特性可服务于方法研究

2 如何计算网络元件**电压降落**?



已知：$\dot{U}_2, \dot{S}_2$

求：

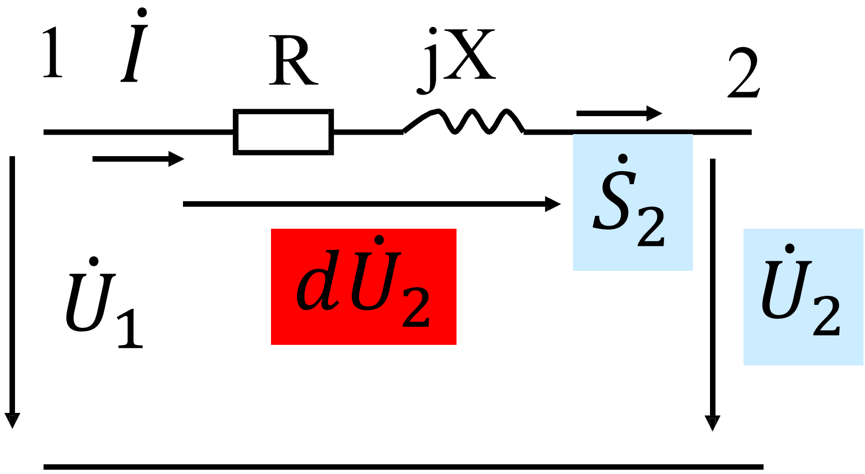
（单相、三相、标么结论相同，推导用标么）

$$I^* = \frac{P_2 + jQ_2}{\dot{U}_2}$$

$$d\dot{U}_2 = \dot{I}(R + jX)$$

$$= \frac{P_2 - jQ_2}{\dot{U}_2^*}(R + jX)$$

§2 如何计算网络元件电压降落?

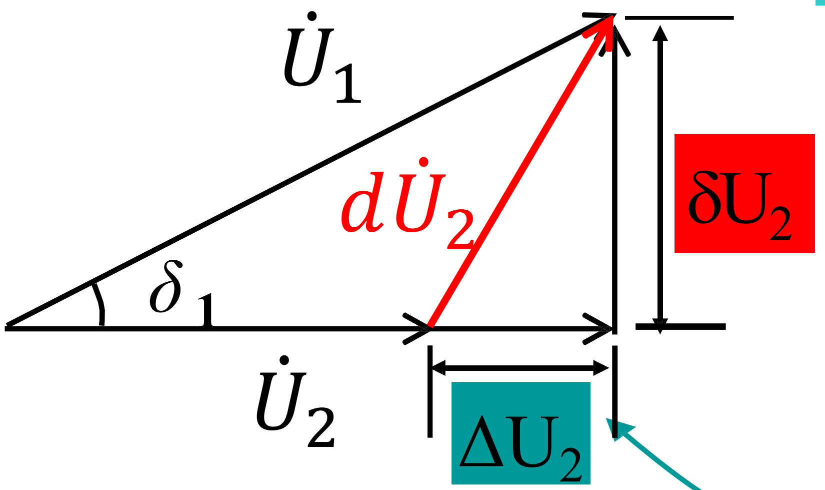


$$d\dot U_2 = \frac{P_2 - jQ_2}{U_2^*}(R + jX)$$

令： $\dot U_2 = U_2\angle 0^0$

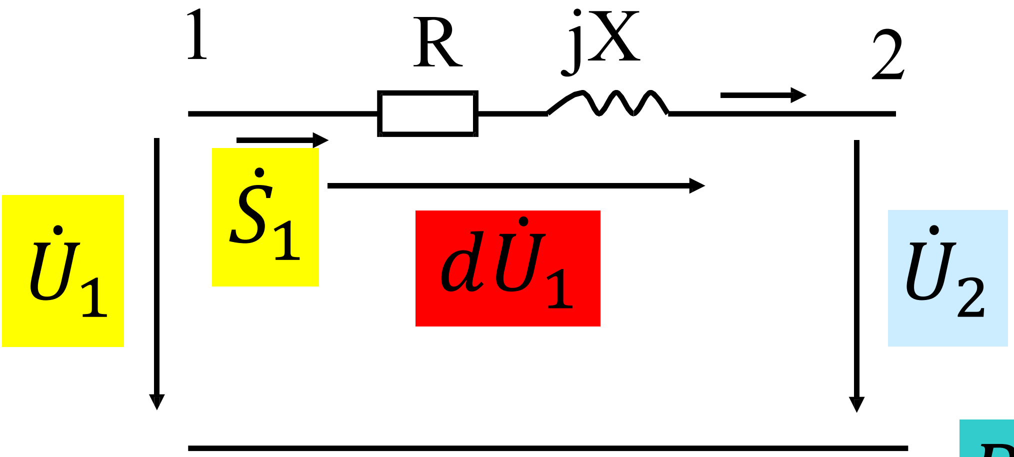
$$d\dot U_2 = \frac{P_2R + Q_2X}{U_2} + j\frac{P_2X - Q_2R}{U_2}$$

纵分量　　横分量



$$\delta_1 = tg^{-1}\frac{\delta U_2}{U_2 + \Delta U_2}$$

§2 如何计算网络元件电压降落?

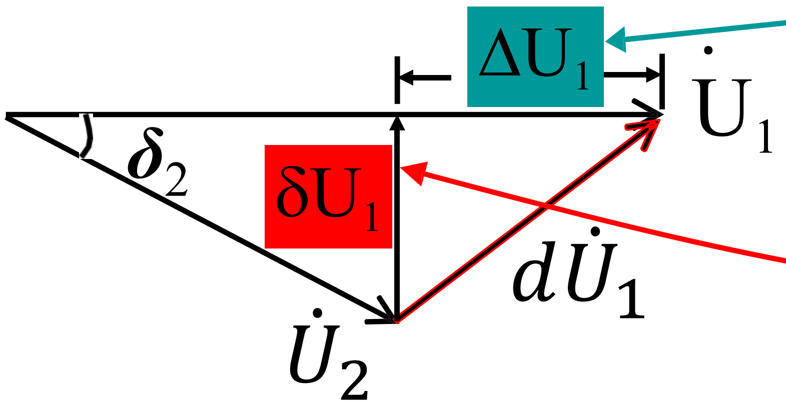


若已知：$\dot{U}_1, \dot{S}_1$

令： $\dot{U}_1 = U_1 \angle 0^o$

$$d\dot{U}_1 = \frac{P_1 R + Q_1 X}{U_1} + j\frac{P_1 X - Q_1 R}{U_1}$$

纵分量 横分量



$$\delta_2 = -\mathrm{tg}^{-1}\frac{\delta U_1}{U_1 - \Delta U_1}$$

§2 如何计算网络元件电压降落?

$$d\dot{U}_1 = \frac{P_1R + Q_1X}{U_1} + j\frac{P_1X - Q_1R}{U_2}$$

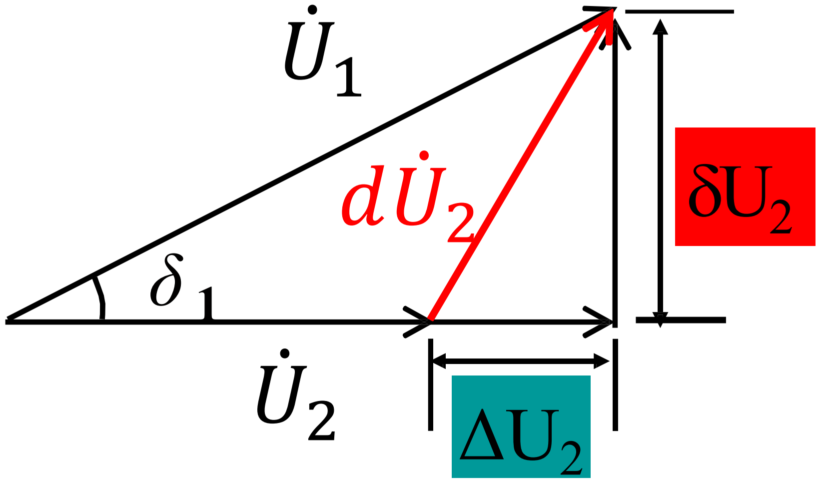
$$d\dot{U}_2 = \frac{P_2R + Q_2X}{U_2} + j\frac{P_2X - Q_2R}{U_2}$$

- 注意点:
  - $\dot{U}, \dot{S}$ 为同一侧的已知量
  - 若已知量为三相（单相、标么）复功率和线（相、标么）电压，则结论为线（相、标么）电压之差
  - $|\varDelta U_1 + j\delta U_1| = |\varDelta U_2 + j\delta U_2|$，但参考轴不同，故:

$$\Delta U_1 \neq \Delta U_2$$

$$\delta U_1 \neq \delta U_2$$

电压降落讨论！



$$\mathrm{U}_2 + \Delta\mathrm{U}_2 >> \delta\mathrm{U}_2$$

$$\Rightarrow \mathrm{U}_1 \approx \mathrm{U}_2 + \Delta\mathrm{U}_2$$

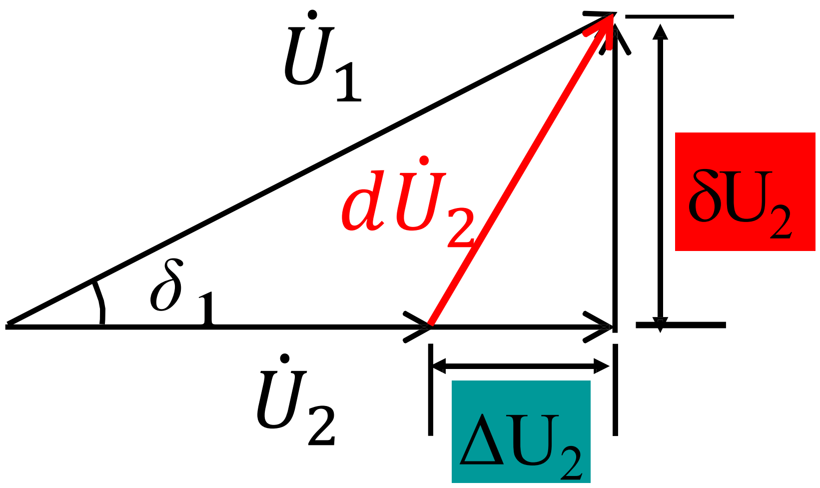
- 电压损耗 $\triangleq \mathrm{U}_1 - \mathrm{U}_2$

$$\approx \Delta\mathrm{U}_2 = \frac{P_2R + Q_2X}{U_2}$$

$$\Delta U_2 = \frac{P_2R + Q_2X}{U_2}$$

- 电压偏移 $= \dfrac{U_1 - U_N}{U_N} \times 100\%$
- 电压降落 $d\dot{U} = \dot{U}_1 - \dot{U}_2$

电压降落讨论！



- 高压输电网 X >> R

$$\Delta U_2 = \frac{P_2R + Q_2X}{U_2} \approx \frac{Q_2X}{U_2}$$

$$\Rightarrow \quad U_1 \approx U_2 + \frac{Q_2X}{U_2}$$

$$\delta U_2 = \frac{P_2X - Q_2R}{U_2} \approx \frac{P_2X}{U_2}$$

$$\Rightarrow \quad \delta_1 = tg^{-1}\frac{\delta U_2}{U_2 + \Delta U_2} \approx tg^{-1}\frac{P_2X/U_2}{U_2 + \Delta U_2}$$

影响参数？潮流规律？

重要结论：PQ解耦特性和潮流流向

- 高压输电网：
  - 线路(变压器)两端电压幅值差ΔU，主要是由输送Q产生（或ΔU是传送Q的条件），Q从U高的节点流向U低的节点，

    V-Q强耦合，V-P弱耦合
  - 线路(变压器)两端电压相角差δ，主要是由输送的P产生（或δ是传送P的条件），P从δ超前节点流向δ滞后节点，

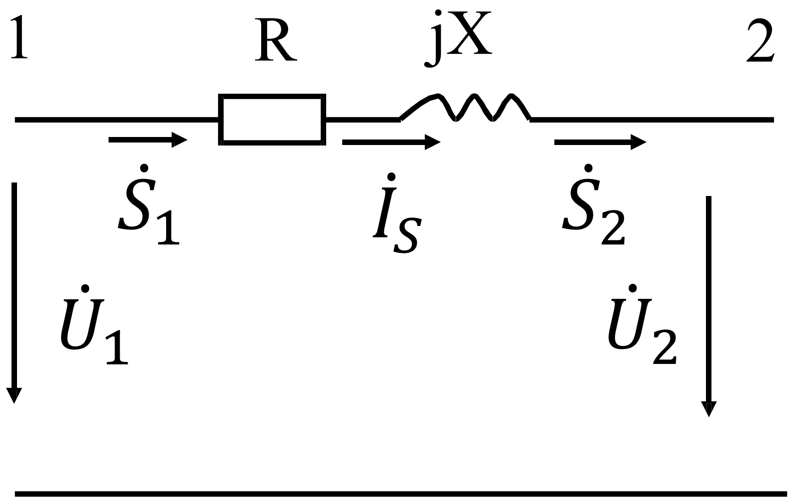
    δ-P强耦合，δ-Q弱耦合

实际电网的潮流流向

信息?

3 如何计算网络元件**功率损耗**?

(单相、三相、标么结论相同，推导用标么)



同侧 $\dot{U}\,\dot{S}$ 已知

串联支路损耗

令下标S=1、2

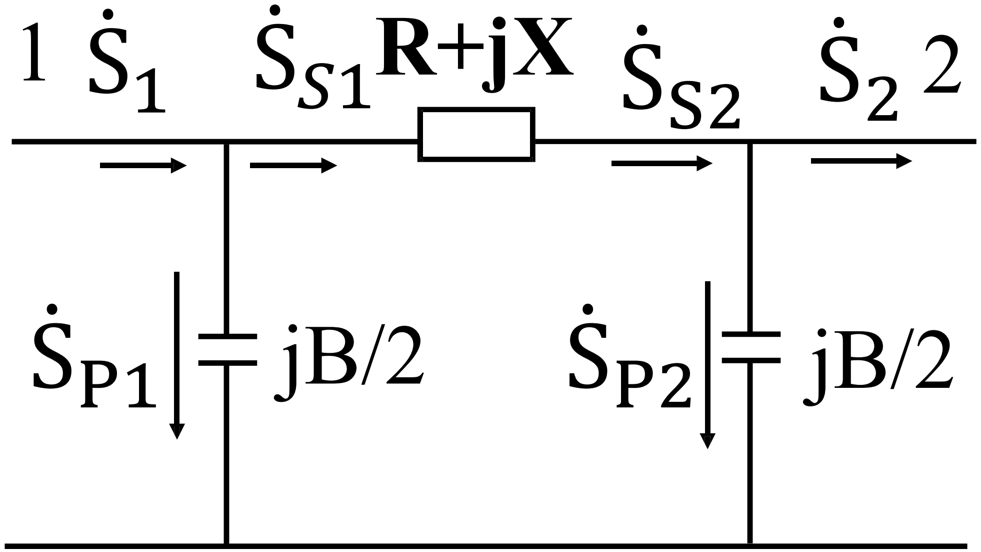
$$\Delta\dot{S}_S = I_S^2 Z = \frac{S_S^2}{U_S^2}(R + jX)$$

$$\Delta P_S = \frac{P_S^2 + Q_S^2}{U_S^2} R$$

$$\Delta Q_S = \frac{P_S^2 + Q_S^2}{U_S^2} X$$

影响的参数?

网络元件功率损耗



并联支路损耗（线路为例）

$$\Delta\dot{S}_{P1} = \dot{S}_{P1}$$

$$= \dot{U}_1\left(\dot{U}_1 \cdot j\frac{B}{2}\right)^*$$

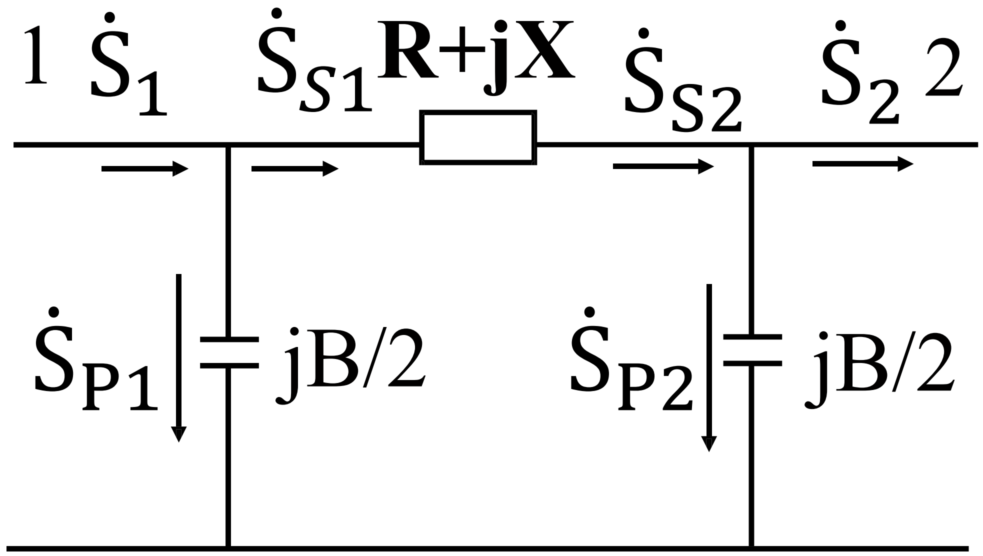
$$= -jU_1^2 \cdot \frac{B}{2}$$

$$\Delta Q_{P1} = -U_1^2 \cdot \frac{B}{2}$$

$$\Delta\dot{S}_{P2} = -jU_2^2 \cdot \frac{B}{2}$$

$$\Delta Q_{P2} = -U_2^2 \cdot \frac{B}{2}$$

网络元件功率损耗



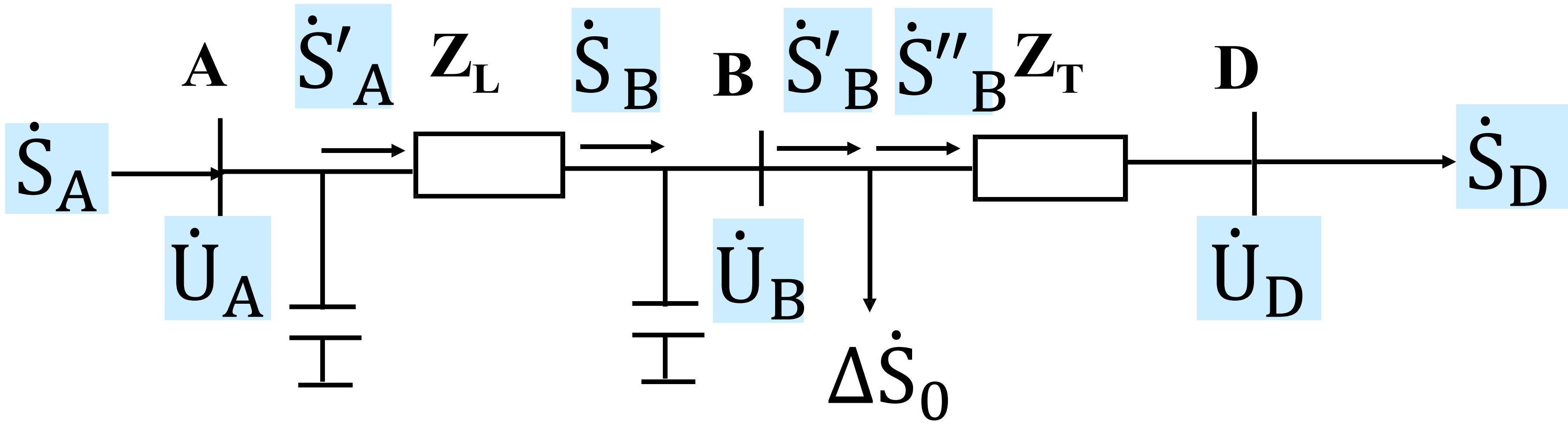
线路总损耗：$\Delta\dot{S}_L = \Delta\dot{S}_S + \Delta\dot{S}_{P1} + \Delta\dot{S}_{P2}$

输电效率：$\eta_L\% = \frac{P_2}{P_1} \times 100\% < 1$

$$Q_2 < Q_1 \ ?$$

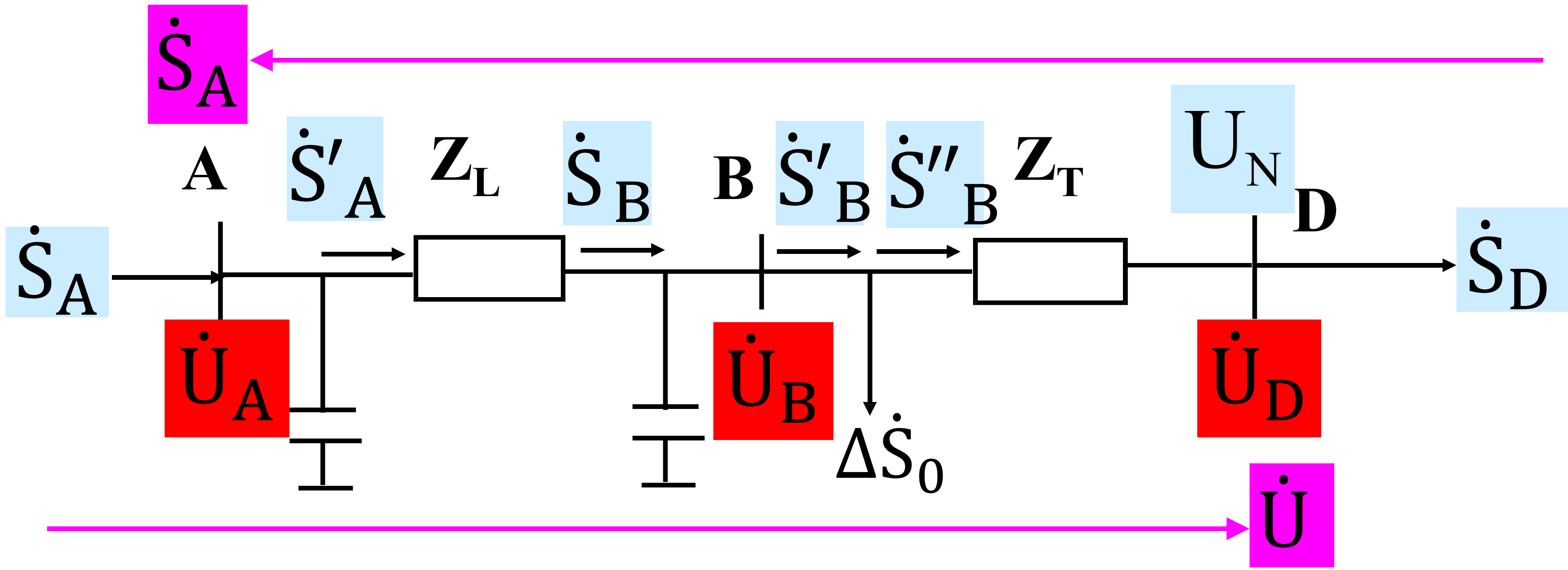
§4 如何人工计算潮流分布(开式网)?

一、已知同点电压、功率: 递推计算(精确)



- 已知: $\dot{S}_D$、$\dot{U}_D$
- 已知: $\dot{S}_A$、$\dot{U}_A$
- 如果不同点，怎么办?

二、已知不同点电压、功率(迭代法)



- 已知：$\dot{S}_D$、$\dot{U}_A$
- 设全网为额定电压U_N

二、已知不同点电压、功率(迭代法)

- 设全网为额定电压；
- 计算功率损耗(不计电压降落)，推算全网功率分布、始端功率；（前代）
- 由始端电压、功率向末端推算电压降落(不再另算功率损耗)，计算各母线电压。 （回代）
- 用新电压反复迭代，直到满足精度要求，收敛
- 两步计算（近似）

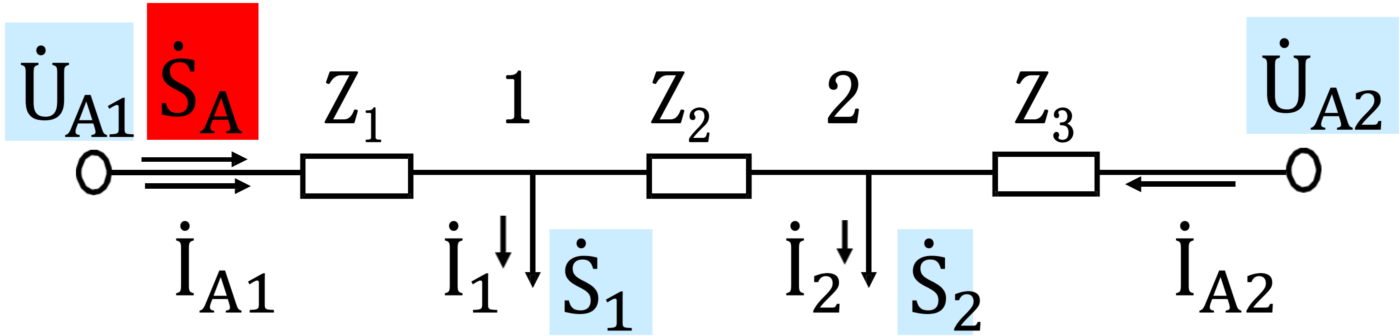
5 如何人工计算潮流分布(闭式网)?

一、总体思路（近似计算）

- 总体思路：如何变成开式网？
- 两步计算(工程师的做法)：
  - 设全网为额定电压U_N，不考虑功率损耗， 求网络的基本功率分布;
  - 根据基本功率分布，将闭式网分解成两个开式网，分别按开式网计算。

二、两端供电网基本功率分布（无损网）

（单相、三相、标幺结论相同）



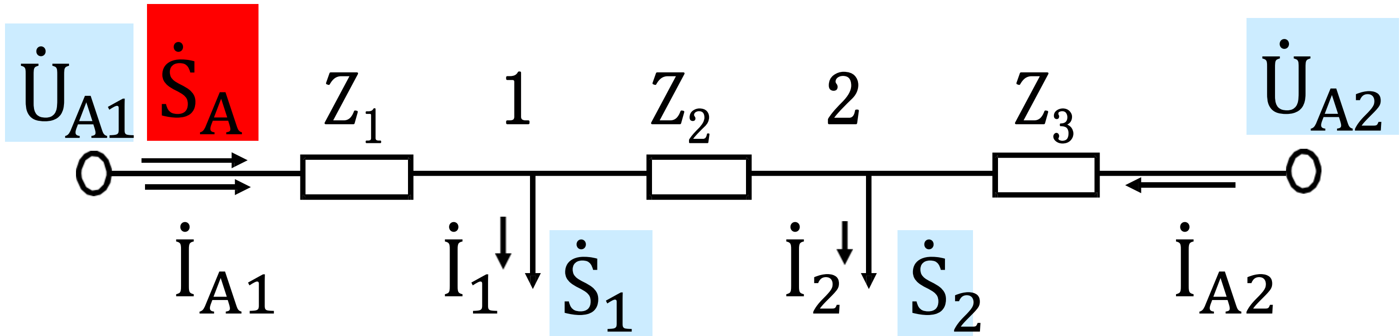
$$\dot{U}_{A1} - \dot{U}_{A2} = \dot{I}_{A1}Z_1 + (\dot{I}_{A1} - \dot{I}_1)Z_2 + (\dot{I}_{A1} - \dot{I}_1 - \dot{I}_2)Z_3$$

$$U_{A1}^* - U_{A2}^* = I_{A1}^*(Z_1^* + Z_2^* + Z_3^*) - I_1^*(Z_1^* + Z_2^*) - I_2^* Z_3^*$$

$$(U_{A1}^* - U_{A2}^*)\dot{U}_N = \dot{U}_N \dot{I}_{A1}^*(Z_1^* + Z_2^* + Z_3^*) - \dot{U}_N \dot{I}_1^*(Z_1^* + Z_2^*) - \dot{U}_N \dot{I}_2^* Z_3^*$$

$$(U_{A1}^* - U_{A2}^*)\dot{U}_N = \dot{S}_{A1}(Z_1^* + Z_2^* + Z_3^*) - \dot{S}_1(Z_1^* + Z_2^*) - \dot{S}_2 Z_3^*$$

二、两端供电网基本功率分布（无损网）



$$(U_{A1}^{*}-U_{A2}^{*})\dot{U}_N=\dot{S}_{A1}(Z_1^{*}+Z_2^{*}+Z_3^{*})-\dot{S}_1(Z_1^{*}+Z_2^{*})-\dot{S}_2 Z_3^{*}$$

取：$\dot{U}_N=U_N\angle 0^0$

$$\Rightarrow \dot{S}_{A1}=\frac{\dot{S}_1 Z_{\mathrm{I}}^{*}+\dot{S}_2 Z_{\mathrm{II}}^{*}}{Z_{\Sigma}^{*}}+\frac{U_N(U_{A1}^{*}-U_{A2}^{*})}{Z_{\Sigma}^{*}}$$

其中: $Z_{\Sigma}^{*}=Z_1^{*}+Z_2^{*}+Z_3^{*}$，$Z_{\mathrm{I}}^{*}=Z_1^{*}+Z_2^{*}$，$Z_{\mathrm{II}}^{*}=Z_3^{*}$

二、两端供电网基本功率分布（无损网）

自然功率分布?

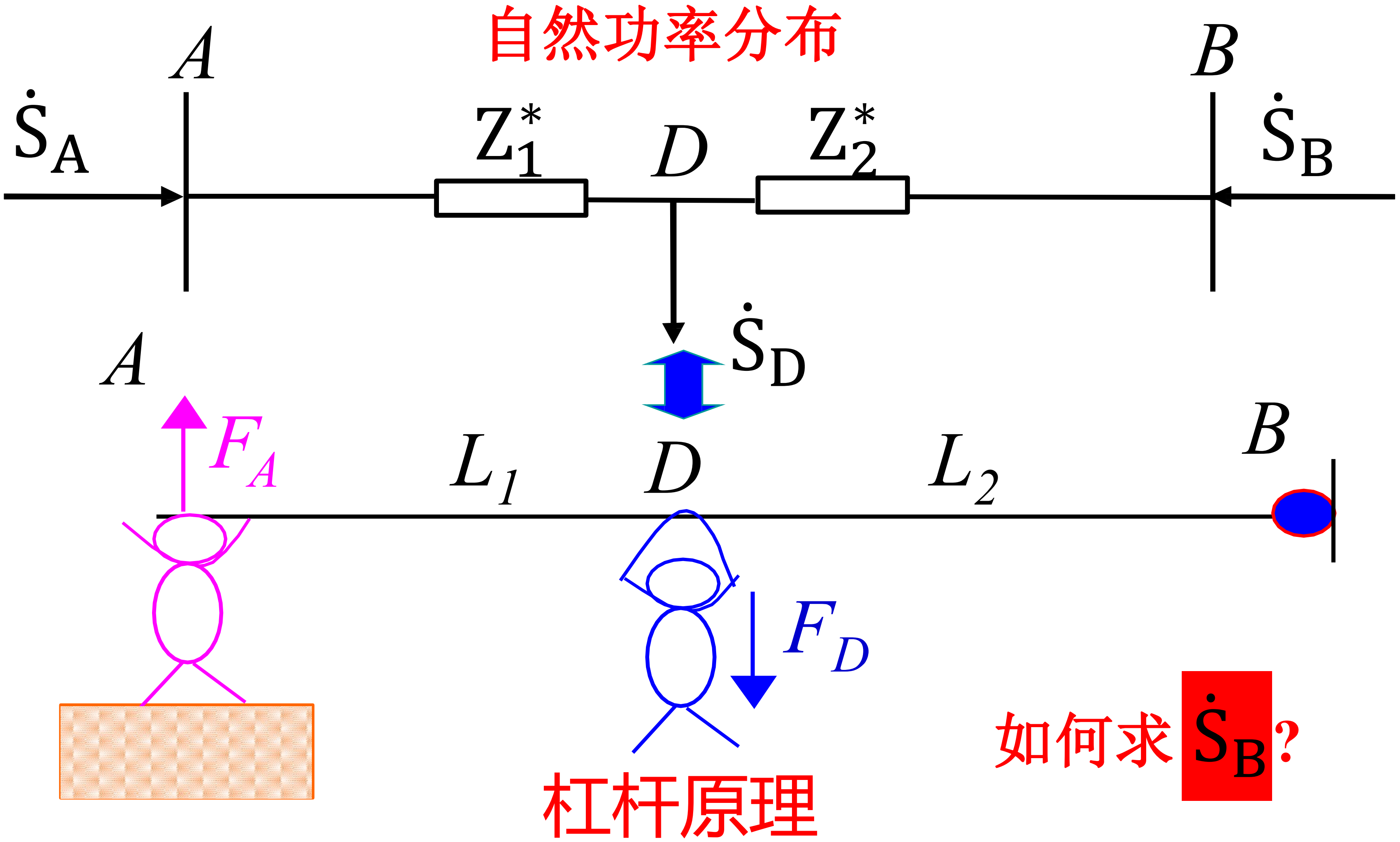
循环功率S_C?

$$\dot{S}_{A1}=\frac{\dot{S}_1 Z_{\mathrm{I}}^{*}+\dot{S}_2 Z_{\mathrm{II}}^{*}}{Z_{\Sigma}^{*}}+\frac{U_N(U_{A1}^{*}-U_{A2}^{*})}{Z_{\Sigma}^{*}}$$

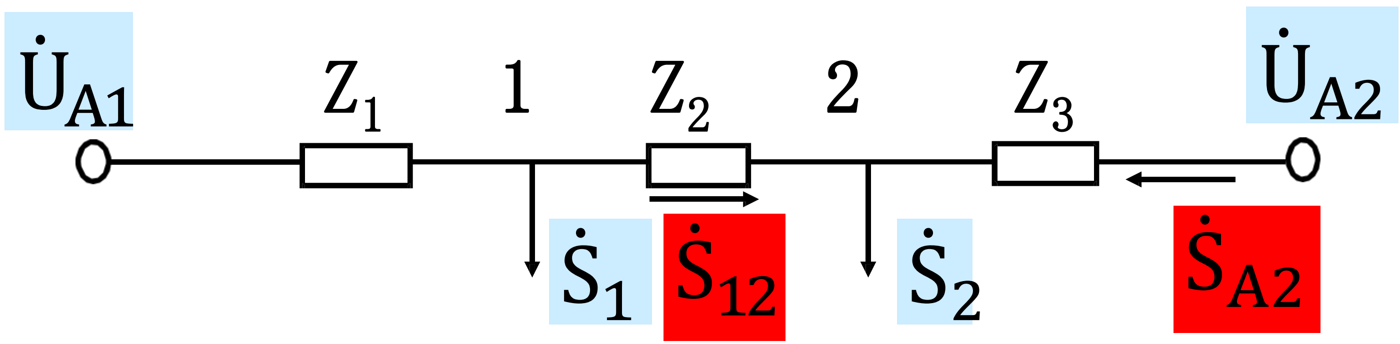
如何理解?

二、两端供电网基本功率分布（无损网）

自然功率分布：$\dot{S}_{A1} Z_{\Sigma}^{*} = \dot{S}_1 Z_{I}^{*} + \dot{S}_2 Z_{II}^{*}$



二、两端供电网基本功率分布（无损网）



$$\dot S_{A2}=\frac{\dot S_1 Z'^*_{\mathrm{I}}+\dot S_2 Z'^*_{\mathrm{II}}}{Z^*_{\Sigma}}+\frac{U_N(U^*_{A2}-U^*_{A1})}{Z^*_{\Sigma}}$$

其中: $Z'^*_{\mathrm{I}}=Z^*_1$，$Z'^*_{\mathrm{II}}=Z^*_1+Z^*_2$ $\dot S_{12}=?$

- 同理 $\dot S_{A1}=?$

二、两端供电网基本功率分布（无损网）

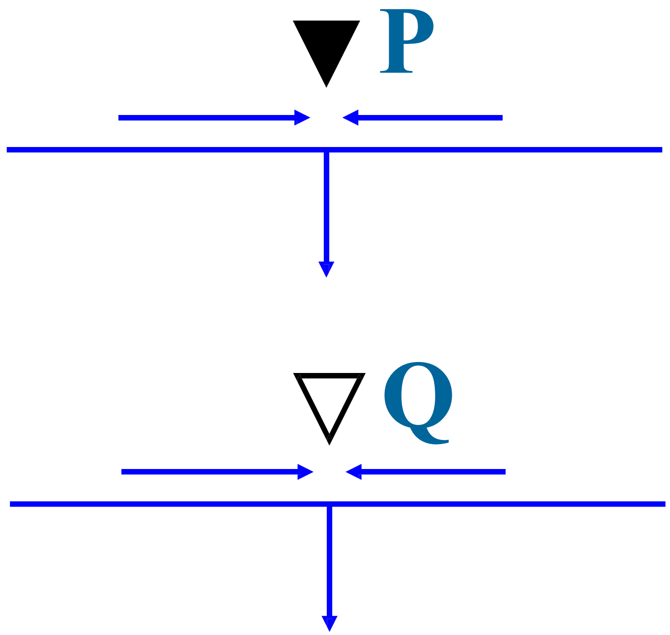
- 推广到n个负荷节点

$$\dot{S}_{A1}=\frac{\sum_{m=1}^{n}\dot{S}_m Z_m^*}{Z_\Sigma^*}+\frac{U_N(U_{A1}^*-U_{A2}^*)}{Z_\Sigma^*}$$

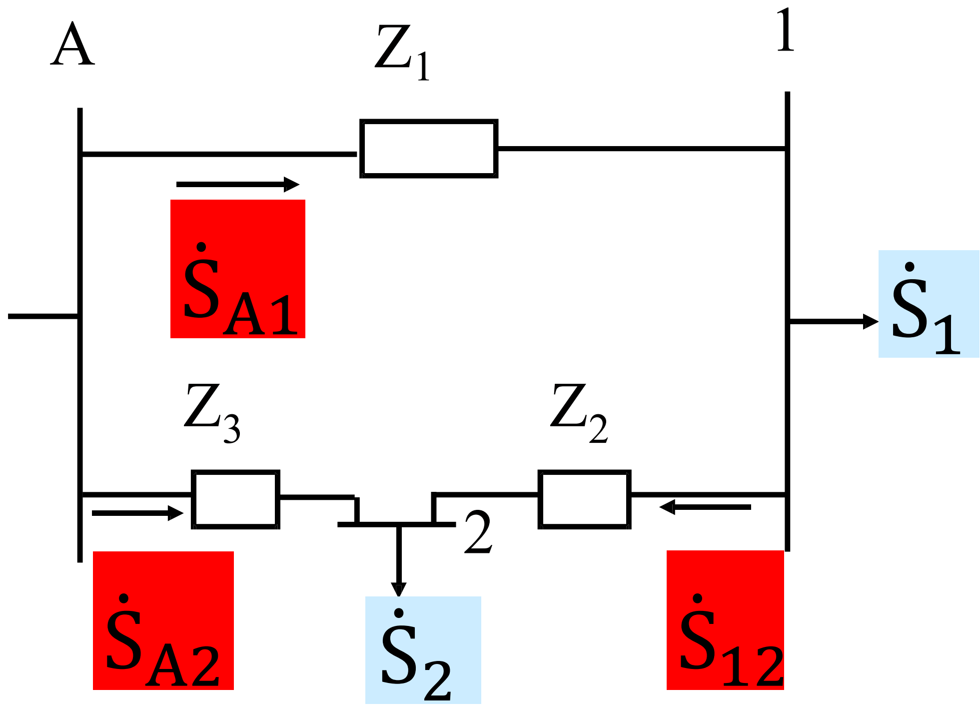
$$\dot{S}_{A2}=\frac{\sum_{m=1}^{n}\dot{S}_m Z_m'^*}{Z_\Sigma^*}+\frac{U_N(U_{A2}^*-U_{A1}^*)}{Z_\Sigma^*}$$

功率分点

- 功率分点：功率从两侧供给的负荷节点
  - 有功分点：▼
  - 无功分点：▽

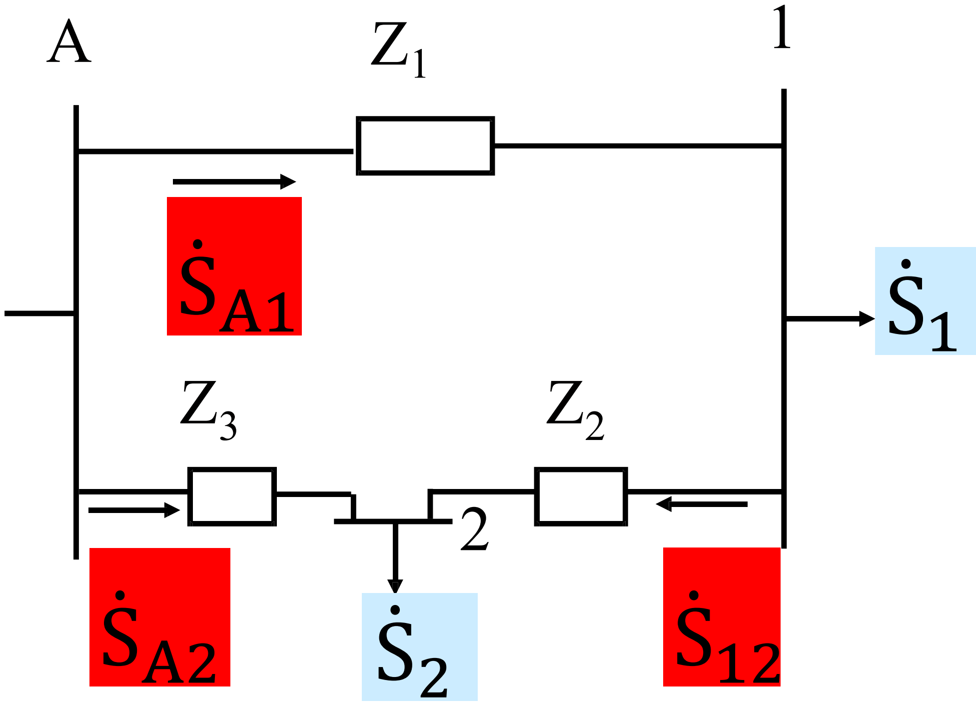


三、环网的基本功率分布（无损）



怎么求?

三、环网的基本功率分布（无损）



自然功率分布

特殊两端供电网 $\dot{U}_{A1}=\dot{U}_{A2}$

$$\begin{cases}\dot{S}_{A1}=\dfrac{\dot{S}_1 Z_{\mathrm{I}}^* + \dot{S}_2 Z_{\mathrm{II}}^*}{Z_{\Sigma}^*} \\ \dot{S}_{A2}=\dfrac{\dot{S}_1 Z_{\mathrm{I}}'^* + \dot{S}_2 Z_{\mathrm{II}}'^*}{Z_{\Sigma}^*}\end{cases}$$

$$\dot{S}_{12}=\dot{S}_{A1}-\dot{S}_1$$

环网有无循环功率?

$$\dot{S}_C = \frac{U_N(U_{A1}^* - U_{A2}^*)}{Z_\Sigma^*} = \frac{U_N dU^*}{Z_\Sigma^*}$$

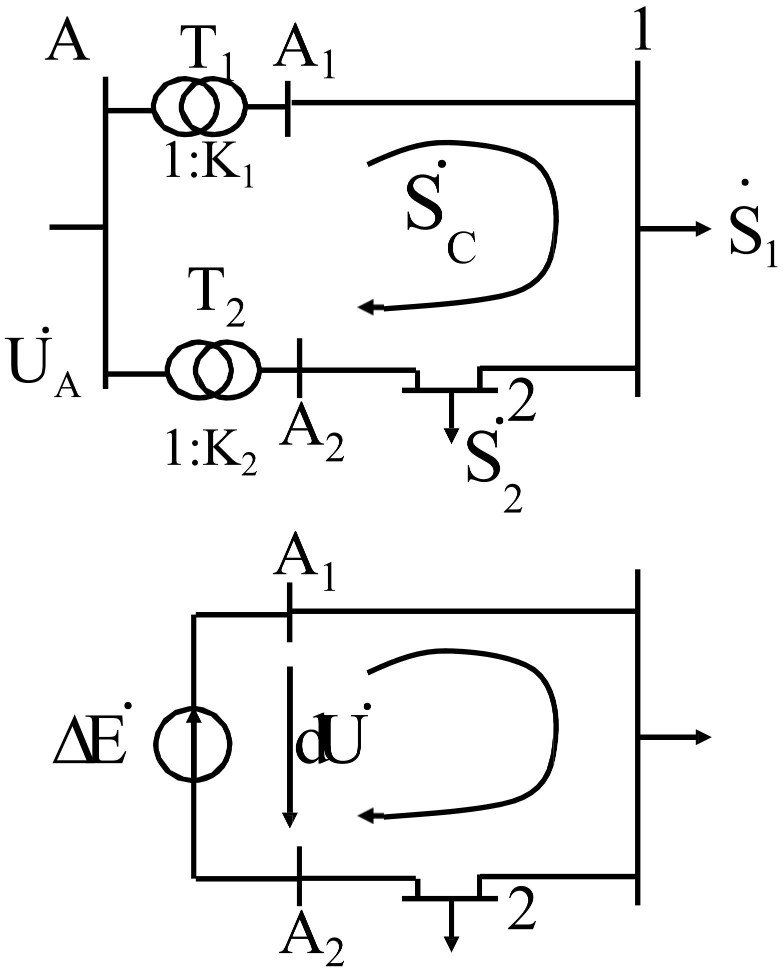
$$\begin{cases} \dot{S}_{A1} = \dfrac{\dot{S}_1 Z_I^* + \dot{S}_2 Z_{II}^*}{Z_\Sigma^*} + \dot{S}_C \\ \dot{S}_{A2} = \dfrac{\dot{S}_1 Z_I'^* + \dot{S}_2 Z_{II}'^*}{Z_\Sigma^*} - \dot{S}_C \end{cases}$$

线性叠加

注意$\dot{S}_C$的方向!

环网的循环功率

$d\dot{U}$如何产生？环路中变压器变比不匹配



若: $K_1 \neq K_2$

$$\Delta\dot{E} = d\dot{U} = \dot{U}_A(K_1 - K_2)$$

公式注意点:

1) $\dot{S}_C$ 的方向!

2) U、Z等是同一电压级数值

环网的基本功率分布

$\dot{S}_C$的弊与利:

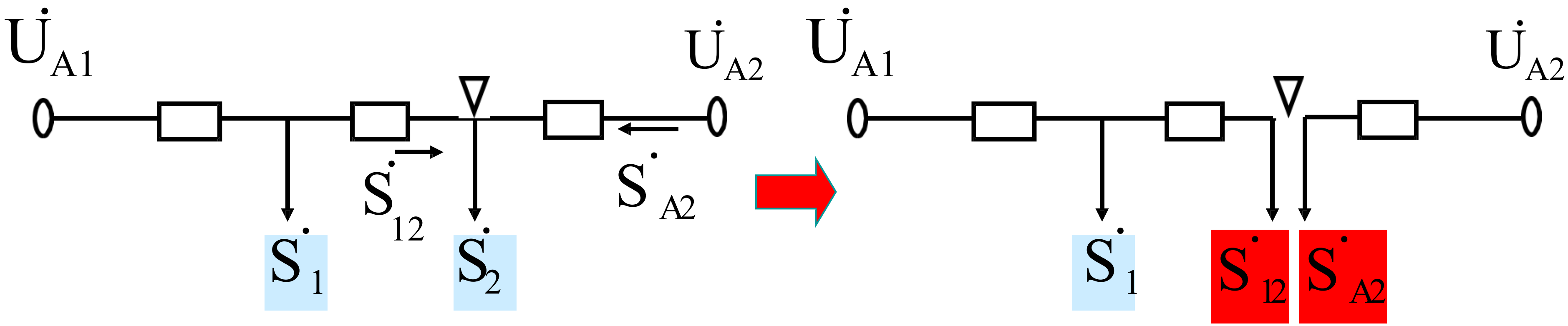
- 不送入负荷, 产生功率损耗（经济性）
- 可调整潮流分布—强制分布（可控性）

功率分点一样选!

四、闭式网的分解与潮流分析

(工程师的思路？)

- 在功率分点（一般为无功分点)将闭式网解开，分成两个开式网，分别计算。
- 按开式网计算时，要给定分点处的两个功率，其余支路功率要在考虑功率损耗后重新计算



负荷功率$\dot{S}_2$怎么分？

第三章 电力系统潮流分析与计算

§1 简单电力系统潮流分析

§2 网络矩阵和功率方程

§3 实际潮流方程及基本解法

§4 潮流分析中的N-R法和PQ分解法

问 题

1、如何建立网络方程？(物理模型→数学模型)

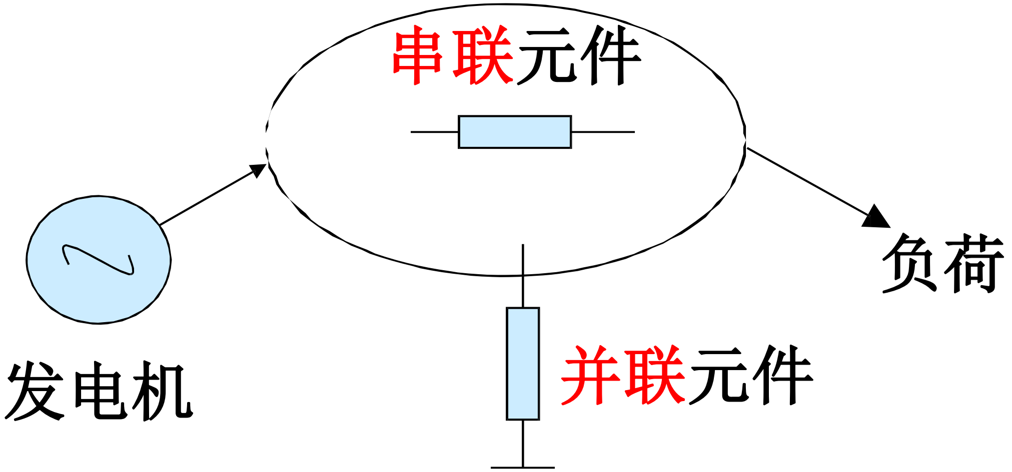
2、如何形成网络矩阵?（计算机对矩阵兴趣）

3、如何导出功率方程（或称潮流方程）？

4、功率方程的物理本质是什么？ “? = ?”

1 如何建立网络方程?

一、电力网络的数学抽象



电力网络：

- 元件
- 联结

- 两个约束：

  1、元件特性约束（考虑无源线性元件）：

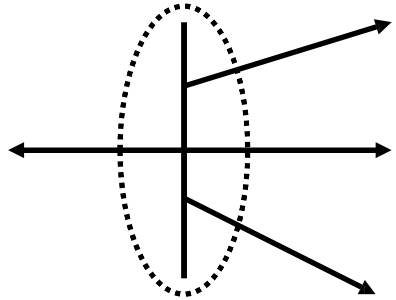
$$\dot{U}_b = Z_b \dot{I}_b$$

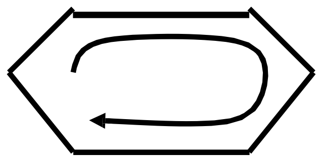
元件特性约束与元件联结关系无关

2、网络拓扑约束（Topology）

- 把元件抽象成支路，研究支路之间的联结关系

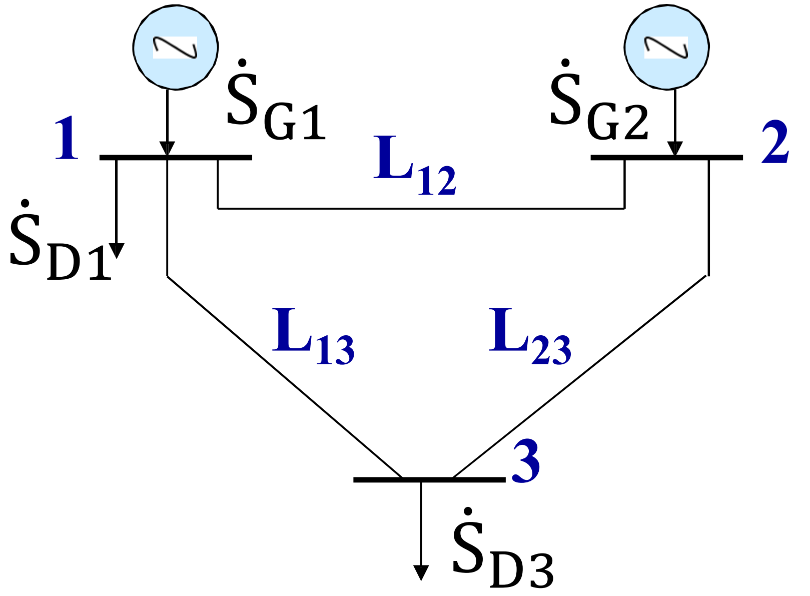
$$Kirchhoff\text{定律}\begin{cases} KCL & \sum_{k\in j} i_k = 0 \\ KVL & \sum_{k\in l} u_k = 0 \end{cases}$$





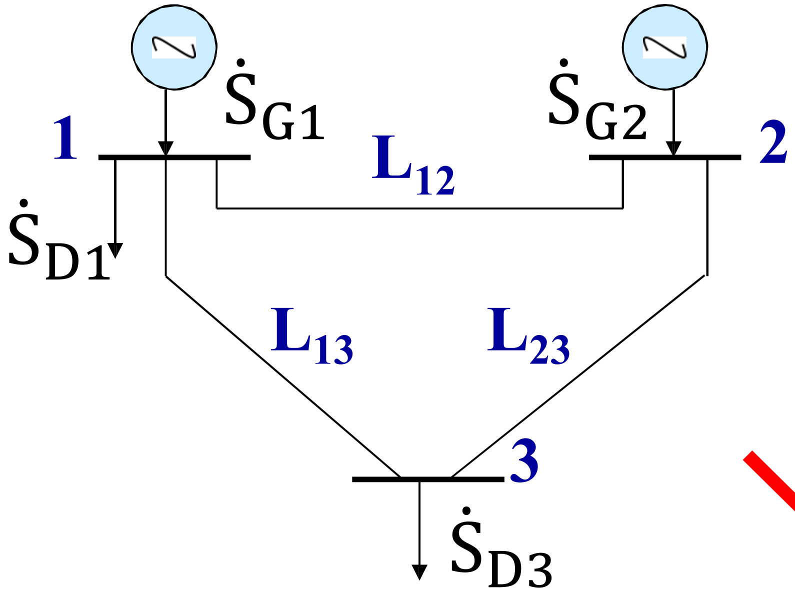
- 网络拓扑约束与元件特性无关

二、等值电路的制定（物理模型）



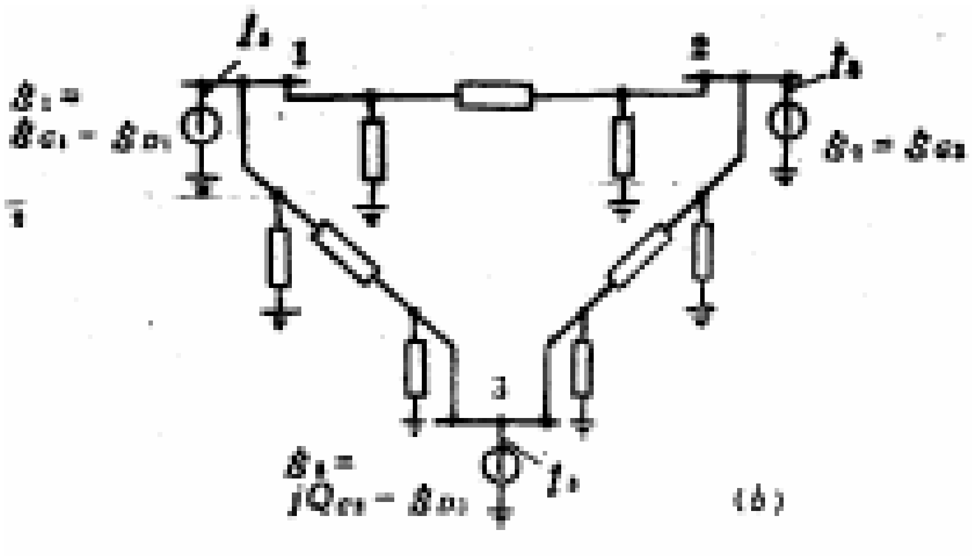
- 线路、变压器：π型等值标么电路
- 定义节点注入功率：功率源（两部分叠加）
  - ◆发电机：向节点注入功率，取“+”号
  - ◆负荷：从节点抽出功率，取“–”号

二、等值电路的制定（物理模型）



电流源：

线性模型

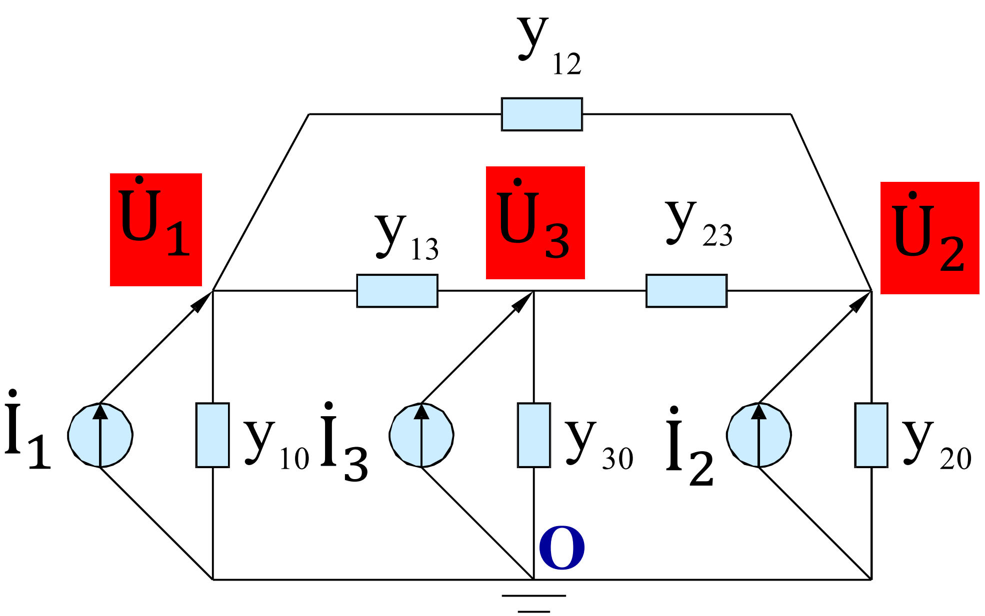


三、网络方程：节点方程

- 节点电压法：已知量为节点注入电流，待求量为节点电压。
- 依KCL定律：

$$\begin{cases}\dot{I}_1 = \dot{U}_1 y_{10} + (\dot{U}_1 - \dot{U}_2) y_{12} + (\dot{U}_1 - \dot{U}_3) y_{13} \\ \dot{I}_2 = \dot{U}_2 y_{20} + (\dot{U}_2 - \dot{U}_1) y_{12} + (\dot{U}_2 - \dot{U}_3) y_{23} \\ \dot{I}_3 = \dot{U}_3 y_{30} + (\dot{U}_3 - \dot{U}_1) y_{13} + (\dot{U}_3 - \dot{U}_2) y_{23}\end{cases}$$

$$\Downarrow$$



$$\begin{bmatrix}\dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_3\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \dot{U}_3\end{bmatrix}$$

三、网络方程：节点方程

$$\dot{I}_n = Y_n \dot{U}_n$$

节点电流列向量

节点导纳矩阵

节点电压列向量

- 独立方程个数n(=节点数)，不含参考节点O
- 定义节点阻抗矩阵：$Z_n = Y_n^{-1}$
- Y_n（或Z_n）：反映了$\dot{I}_n$和$\dot{U}_n$间关系
- 支路特性和网络拓扑约束隐含在Y_n或Z_n中，是描述网络的数学工具：网络矩阵

2 节点导纳矩阵

一、形成（定义法）

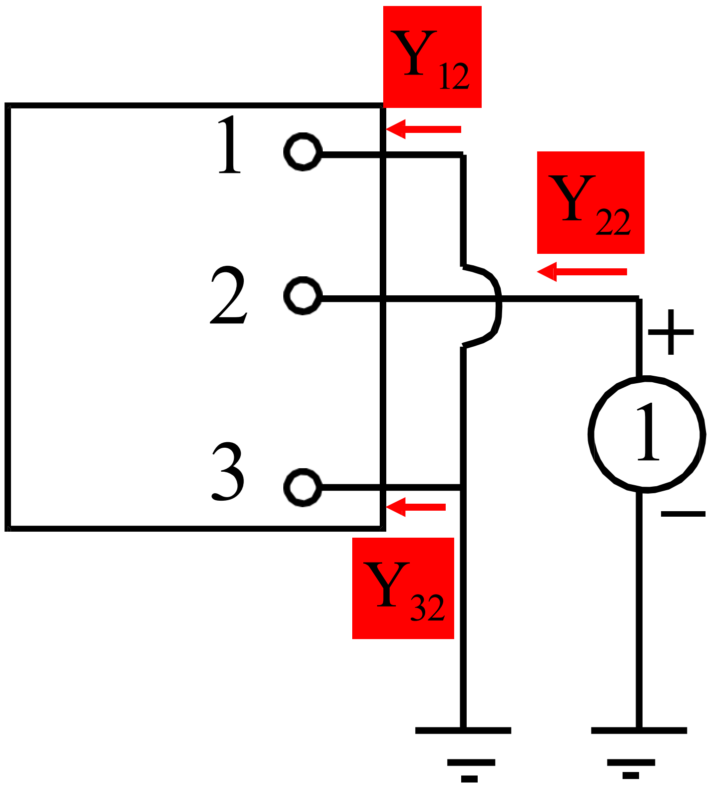
$$Y_n \dot{U}_n = \dot{I}_n \qquad Y_n = \begin{bmatrix} Y_{11} & \cdots & Y_{1i} & \cdots & Y_{1n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ Y_{i1} & \cdots & Y_{ii} & \cdots & Y_{in} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ Y_{n1} & \cdots & Y_{ni} & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix}$$

Y_{ii}：节点i的自导纳，i所接所有支路导纳之和（含：串、并联）

Y_{ij}：节点i、j的互导纳，i、j支路导纳负值 若i、j间没有直联支路：＝？

实际大电网？

二、物理意义（短路参数）



$$\begin{bmatrix}\dot{I}_1\\\dot{I}_2\\\dot{I}_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}Y_{11}&Y_{12}&Y_{13}\\Y_{21}&Y_{22}&Y_{23}\\Y_{31}&Y_{32}&Y_{33}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{U}_1\\\dot{U}_2\\\dot{U}_3\end{bmatrix}$$

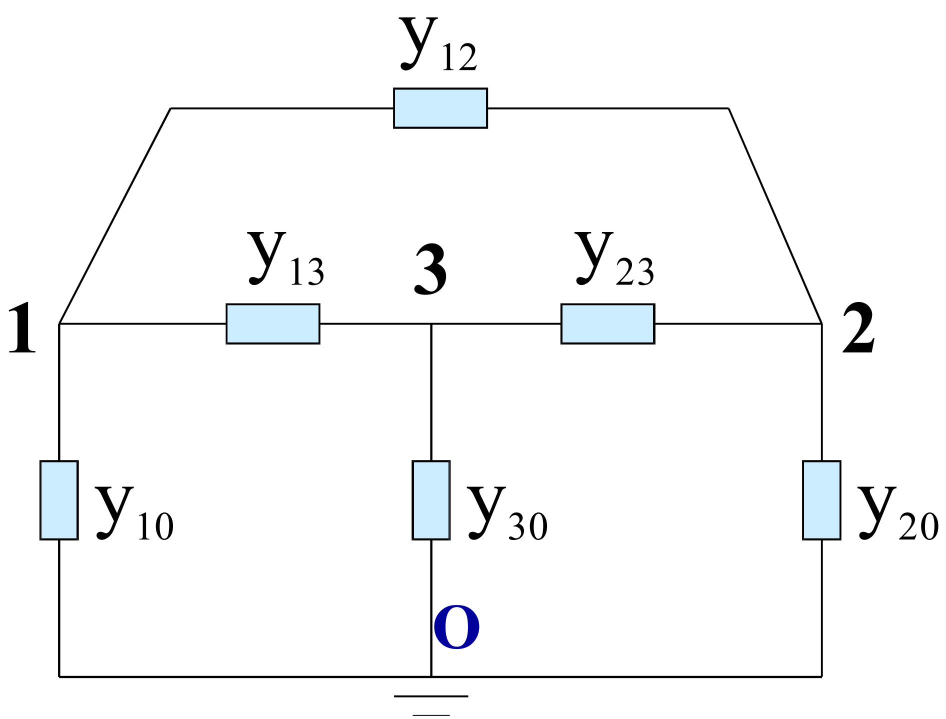
$$\Updownarrow \qquad\qquad \Updownarrow$$

$$\begin{bmatrix}Y_{12}\\Y_{22}\\Y_{32}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}Y_{11}&Y_{12}&Y_{13}\\Y_{21}&Y_{22}&Y_{23}\\Y_{31}&Y_{32}&Y_{33}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix}$$

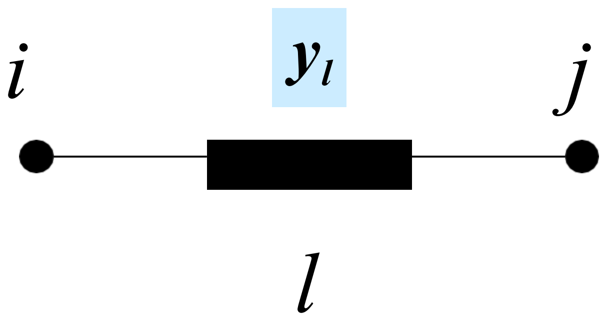
$Y_{22}=y_{20}+y_{12}+y_{23}$ $\qquad$ $Y_{12}=-y_{12}$ $\qquad$ $Y_{32}=-y_{23}$

例：3节点系统的Y_n

$$\begin{bmatrix} y_{10}+y_{12}+y_{13} & -y_{12} & -y_{13} \\ -y_{12} & y_{20}+y_{12}+y_{23} & -y_{23} \\ -y_{13} & -y_{23} & y_{30}+y_{13}+y_{23} \end{bmatrix}$$

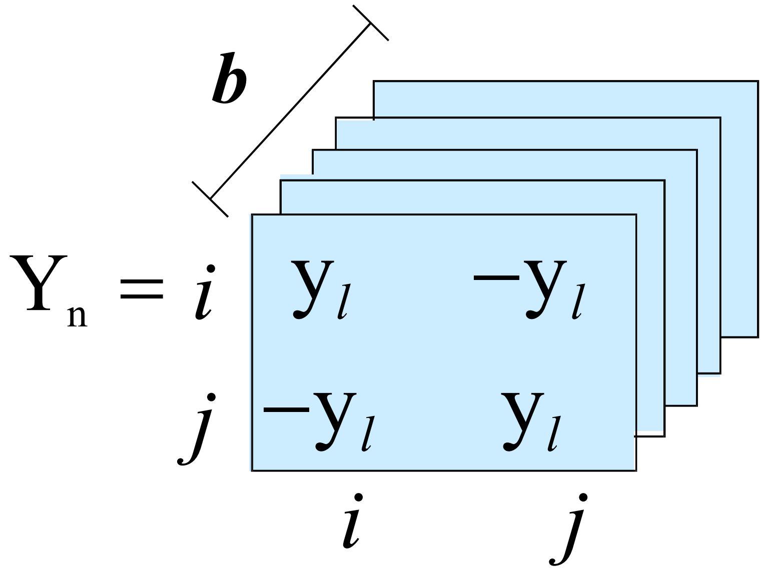


- 电网变化，Y_n如何修正？
  - 支路增删？ （删13支路）
  - 参数变化？
  - 变比变化？
  - 节点增加？
  - 节点合并？



$$\Delta Y_l = \begin{array}{c} \\ \\ \end{array}\begin{array}{cc|c} i & j & \\ \hline \end{array}$$

$$\Delta Y_l = \begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} i & j \end{array} \\ \begin{array}{c} i \\ j \end{array} & \begin{bmatrix} y_l & -y_l \\ -y_l & y_l \end{bmatrix} \end{array}$$



$$Y_n = \sum_{l=1}^{b} \begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} i & j \end{array} \\ \begin{array}{c} i \\ j \end{array} & \begin{bmatrix} y_l & -y_l \\ -y_l & y_l \end{bmatrix} \end{array}$$

发现什么问题？

Y_n奇异？何时非奇异？

四、Y_n性质

- 性质1：n×n阶对称复数方阵
- 性质2：稀疏，很多零元。
- 性质3：有接地支路时非奇异，没有接地支路时奇异。
- 性质4：支路阻抗性质相同时，对角线占优：

$$|Y_{ii}| \geq \left| \sum_{j \in i} Y_{ij} \right|$$

有支路充电电容时呢？

3 节点阻抗矩阵

一、定义

$$Z_n = Y_n^{-1}$$

$$\dot{U}_n = Z_n \dot{I}_n$$

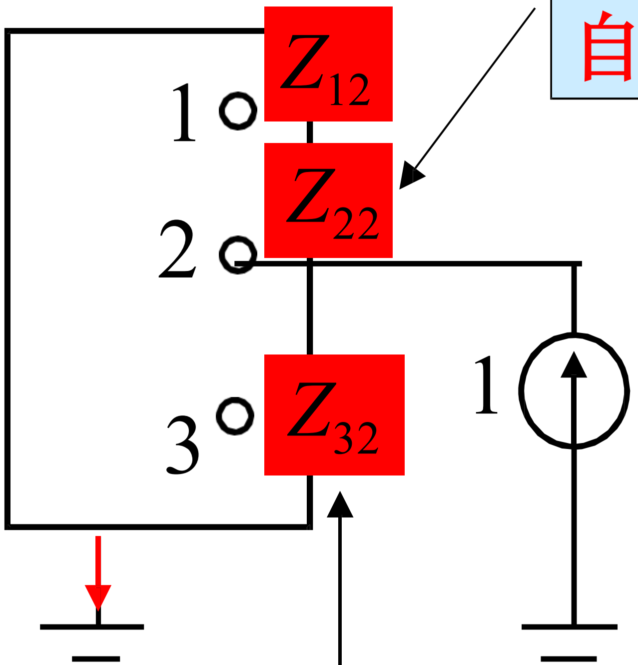
$$Z_n = \begin{bmatrix} Z_{11} & \cdots & Z_{1i} & \cdots & Z_{1n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ Z_{i1} & \cdots & Z_{ii} & \cdots & Z_{in} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ Z_{n1} & \cdots & Z_{ni} & \cdots & Z_{nn} \end{bmatrix}$$

Z_{ii}：节点i的自阻抗

Z_{ij}：节点i、j间的互阻抗

节点阻抗矩阵

二、物理意义（开路参数）



自：网络对地等值总阻抗

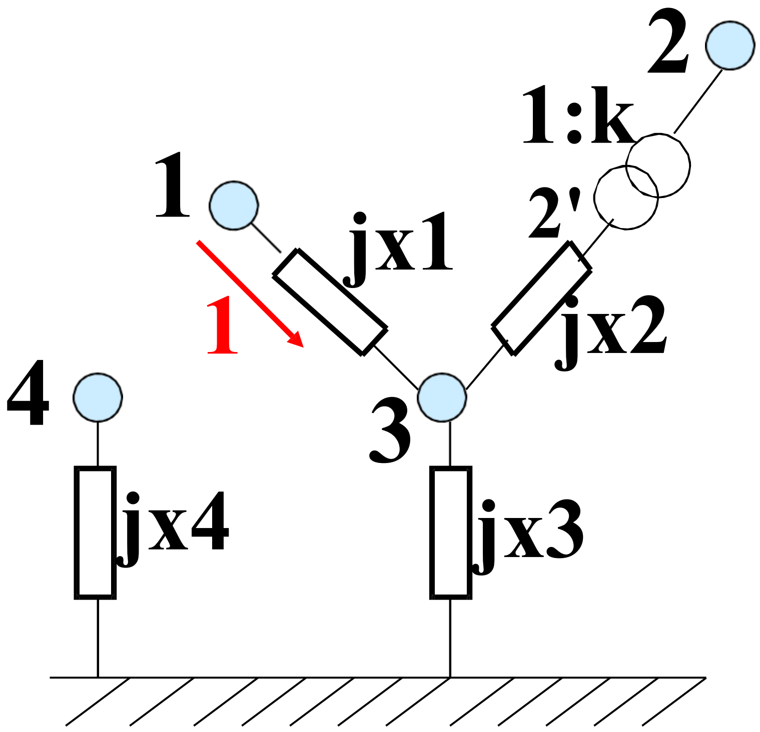
$$\begin{bmatrix}\dot{U}_1\\ \dot{U}_2\\ \dot{U}_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}Z_{11} & Z_{12} & Z_{13}\\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23}\\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{I}_1\\ \dot{I}_2\\ \dot{I}_3\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}Z_{12}\\ Z_{22}\\ Z_{32}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}Z_{11} & Z_{12} & Z_{13}\\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23}\\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0\\ \dot{I}_2\\ 0\end{bmatrix}$$

互：总阻抗Z_{22}的一部分

$$Z_{32}=\frac{1}{\eta}Z_{22}$$

三、Z_n生成方法：定义法



大地（O）

Z_{11}?	Z_{12}?	Z_{13}?	Z_{14}?
j(x1+x3)	jx3*k	jx3	0
	j(x2+x3)*k^2	jx3*k	0
		jx3	0
			jx4

怎么做开路试验?

验证对称性?

四、性质

- 性质1：有接地支路时，与Y_n互逆，n×n阶对称复数方阵。

  若无接地支路？Y_n不可逆，Z_n不存在。

  需选一个参考节点，给定其电压，Y和Z变成（n-1）×（n-1）阶，理解?（数/物）
- 性质2：对连通网，满阵(理解？不连通？）
- 性质3：对无源网，一般有对角线优势：

$$|Z_{ii}|\geq|Z_{ij}|$$

对元件的要求?

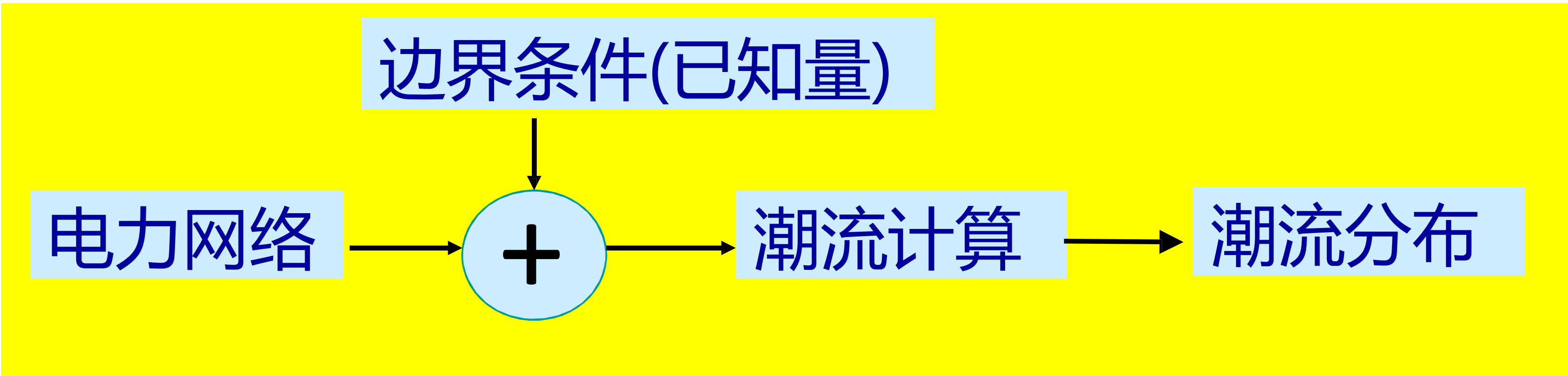
五、其他生成法

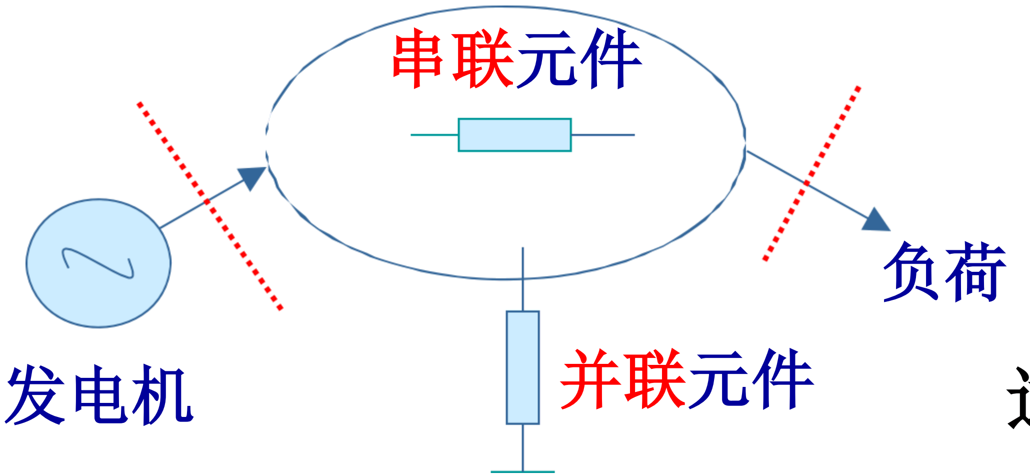
- 导纳阵求逆法：$Z_n = Y_n^{-1}$
- 支路追加法：从一个节点、一条支路开始，根据定义，不断追加支路，不断修正Z，直到形成完整网络。
- 基本要求：按定义法（对简单电网）

4 功率方程（潮流方程）

一、 为何要建立功率方程?

- 潮流计算模式:





边界条件?

边界条件：节点注入电流

（负荷和发电是电流源）

已知量

$$\dot{I}_n = Y_n\dot{U}_n$$

节点导纳矩阵

待求量

- 有这么简单吗?
- 实际边界条件: 给定复功率
- 需要研究功率和电压之间的关系，建立功率方程，或称潮流方程。

二、如何推导功率方程？（思路）

1、替换变量

节点电压方程: $\dot{I}_n = Y_n \dot{U}_n$

物理本质：
节点电流平衡(线性)

$$\dot{I}_i = \frac{(P_i + jQ_i)^*}{U_i^*} \Rightarrow \dot{I}_i = \sum_{j=1}^{n} Y_{ij}\dot{U}_j \qquad (i = 1,2,\dots,n)$$

$$\frac{P_i - jQ_i}{U_i^*} = \sum_{j=1}^{n} Y_{ij}\dot{U}_j \qquad (i = 1,2,\dots,n)$$

$\Downarrow$

功率方程: $P_i - jQ_i = U_i^* \sum_{j=1}^{n} Y_{ij}\dot{U}_j \qquad (i = 1,2,\dots,n)$

物理本质：节点功率平衡?=? (非线性复数)

2、复数→实数

$$P_i - jQ_i = \dot{U}_i^* \sum_{j=1}^{n} Y_{ij}\dot{U}_j$$

（直角坐标） **令:** $Y_{ij} = G_{ij} + jB_{ij}$, $\dot{U}_i = e_i + jf_i$

$$P_i - jQ_i = (e_i - jf_i)\sum_{j=1}^{n}(G_{ij} + jB_{ij})(e_j + jf_j)$$

$$= (e_i - jf_i))(a_i + jb_i)$$

$$= (e_i a_i + f_i b_i) - j(f_i a_i - e_i jb_i)$$

$$a_i = \sum_{j=1}^{n}(G_{ij}e_j - B_{ij}f_j) \qquad b_i = \sum_{j=1}^{n}(G_{ij}f_j + B_{ij}e_j)$$

节点有功平衡: $\Delta P_i = P_i - (e_i a_i + f_i b_i) = 0$

节点无功平衡: $\Delta Q_i = Q_i - (f_i a_i - e_i b_i) = 0$

非线性实方程，个数?

潮流方程抽象形式

待求量: $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} e_1 \\ \vdots \\ e_n \\ f_1 \\ \vdots \\ f_n \end{bmatrix}$

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \vdots \\ \Delta P_n \\ \Delta Q_1 \\ \vdots \\ \Delta Q_n \end{bmatrix} = 0 \quad \begin{matrix} \mathbf{n} \\ \\ \mathbf{n} \end{matrix}$$

未知数 = 方程数，能求解吗？

更关心电压幅值和相角？

（潮流特性，物理意义）

3、复数→实数

$$P_i - jQ_i = U_i^* \sum_{j=1}^{n} Y_{ij}\dot{U}_j$$

(极坐标)

令: $Y_{ij} = G_{ij} + jB_{ij},\ \dot{U}_i = U_i e^{j\delta i}$

$$P_i - jQ_i = U_i e^{-j\delta i}\sum_{j=1}^{n}(G_{ij} + jB_{ij})U_j e^{j\delta j}$$

$$= U_i \sum_{j=1}^{n} U_j(G_{ij} + jB_{ij})\, e^{-j\delta ij}$$

$$(G_{ij}\cos\delta_{ij} + B_{ij}\sin\delta_{ij}) + j(B_{ij}\cos\delta_{ij} - G_{ij}\sin\delta_{ij})$$

有功平衡: $\Delta P_i = P_i - U_i \sum_{j=1}^{n} U_j\left(G_{ij}\cos\delta_{ij} + B_{ij}\sin\delta_{ij}\right) = 0$

无功平衡: $\Delta Q_i = Q_i + U_i \sum_{j=1}^{n} U_j\left(B_{ij}\cos\delta_{ij} - G_{ij}\sin\delta_{ij}\right) = 0$

只跟相角差有关，如无相角参考点，结果?

潮流方程抽象形式

$$\text{待求量:}\quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \vdots \\ \delta_n \\ U_1 \\ \vdots \\ U_n \end{bmatrix} \qquad \mathbf{F}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \vdots \\ \Delta P_n \\ \Delta Q_1 \\ \vdots \\ \Delta Q_n \end{bmatrix} = 0 \quad \begin{array}{l} \}\ \mathbf{n} \\ \}\ \mathbf{n} \end{array}$$

未知数 = 方程数

能不能解呢？

第三章 电力系统潮流分析与计算

§1 简单电力系统潮流分析

§2 网络矩阵和功率方程

§3 实际潮流方程及基本解法

§4 潮流分析中的N-R法和PQ分解法

问 题

1、实际潮流方程有何特殊性？(已知条件)

2、怎样的潮流解才有实际意义？(数学解？工程)

3、计算机解法是如何发展的？(方法和工具发展)

4、如何构造和理解GAUSS迭代法?

5、如何构造和理解N-R法？（重要！）

1 实际潮流方程

一、功率方程(直角坐标)

$$\begin{cases} \Delta P_i = P_i^{sp} - (e_i a_i + f_i b_i) = 0 \\ \Delta Q_i = Q_i^{sp} - (f_i a_i + e_i b_i) = 0 \end{cases} \quad (i = 1,2,\dots,n)$$

$$x = \begin{bmatrix} e_1 \\ \vdots \\ e_n \\ f_1 \\ \vdots \\ f_n \end{bmatrix} \qquad F(x) = \begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \vdots \\ \Delta P_n \\ \Delta Q_1 \\ \vdots \\ \Delta Q_n \end{bmatrix} = 0 \quad \begin{array}{l} \left.\vphantom{\begin{matrix}a\\a\\a\end{matrix}}\right\} n \\ \left.\vphantom{\begin{matrix}a\\a\\a\end{matrix}}\right\} n \end{array}$$

待求量

未知数=方程数

二、功率方程(极坐标)

$$\begin{cases} \Delta P_i = P_i^{sp} - U_i \sum_{j=1}^{n} U_j(G_{ij}\cos\delta_{ij} + B_{ij}\sin\delta_{ij}) = 0 \\ \Delta Q_i = Q_i^{sp} + U_i \sum_{j=1}^{n} U_j(B_{ij}\cos\delta_{ij} - G_{ij}\sin\delta_{ij}) = 0 \end{cases} \quad (i = 1,2,\ldots,n)$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \vdots \\ \delta_n \\ U_1 \\ \vdots \\ U_n \end{bmatrix} \qquad \mathbf{F}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \vdots \\ \Delta P_n \\ \Delta Q_1 \\ \vdots \\ \Delta Q_n \end{bmatrix} = 0 \quad \begin{matrix} \}\ \mathbf{n} \\ \}\ \mathbf{n} \end{matrix}$$

待求量

未知数 = 方程数

能解功率方程了吗？

三、 分析：实际已知量和待求量

- 每个节点i有四个运行变量（一般取复电压为状态变量：确定系统状态的最小一组变量,支路功率可算出）

$$P_i(=P_{Gi}-P_{Di})、Q_i(=Q_{Gi}-Q_{Di})、U_i、\delta_i\,(e_i,f_i)$$

- 全系统共4n个变量，有2n个方程，需要给定2n个求解其余2n个，一般每个节点给定2个
- 实际如何给定?
- 由节点类型决定!

节点类型的划分

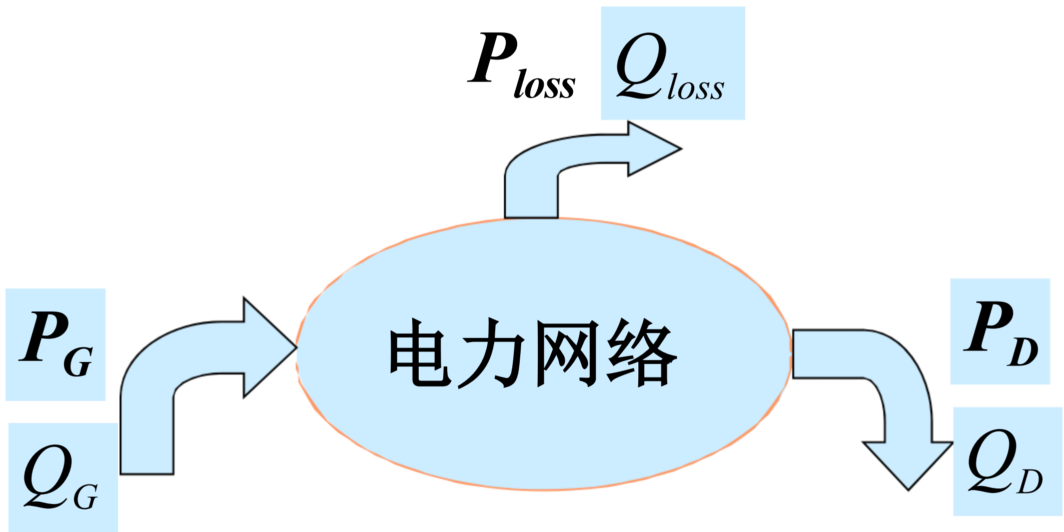
- 根据已知条件，节点分三类：PQ、PV、Vδ

- 负荷节点： PQ节点，P_i，Q_i由负荷需求决定，不可控，一般作为已知量，复电压待求
- 联络节点：PQ节点，$P_i=Q_i=0$，复电压待求
- 发电机节点：PV节点，一般U_i维持不变，P_i由 原动机输出功率决定，P_iU_i给定，δQ待求；某些属于PQ节点，复电压待求

- PQ节点和PV节点有可能互相转化

节点类型的划分

能否给定所有节点的PQ?



- 全系统功率必须平衡!
- Q_{loss} P_{loss} 是状态变量的函数，事先未知。
- 要放开一个节点PQ不能给定（n节点），用于全系统功率平衡。
- 给定$U_n δ_n$，称平衡节点（Vδ节点、Vθ节点），设其$δ_n$=0（即参考节点)

节点分类表：已知量和待求量

PQ节点(n−r−1个)				PV节点(r个)			Vδ节点(1个)
P_1	P_2	…	P_{n-r-1}	P_{n-r}	…	P_{n-1}	P_n
Q_1	Q_2	…	Q_{n-r-1}	Q_{n-r}	…	Q_{n-1}	Q_n
U_1	U_2	…	U_{n-r-1}	U_{n-r}	…	U_{n-1}	U_n
δ_1	δ_2	…	δ_{n-r-1}	δ_{n-r}	…	δ_{n-1}	δ_n

极坐标（直角坐标）下待求的状态量有几个?

四、实际潮流方程(直角坐标)

(2n-2个待求量， 需建2n-2个方程)

PQ、PV节点共n-1个：

$$\Delta P_i = P_i^{sp} - (e_i a_i + f_i b_i) = 0 \qquad n-1\text{个}$$

PQ节点共n-1-r个：

$$\Delta Q_i = Q_i^{sp} - (f_i a_i + e_i b_i) = 0 \quad n-1-r\text{个}$$

PV节点Q_i未知，无法列Q方程，差r个方程，怎么办?

$$\Delta U_i^2 = \left(U_i^{SP}\right)^2 - \left(e_i^2 + f_i^2\right) = 0 \quad r\text{个}$$

2n-2个待求量， 2n-2个方程

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} e_1 \\ \vdots \\ e_{n-1} \\ f_1 \\ \vdots \\ f_{n-1} \end{bmatrix} \quad \mathbf{F(x)} = \begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \vdots \\ \Delta P_{n-1} \\ \Delta Q_1 \\ \vdots \\ \Delta Q_m \\ \Delta U_{m+1}^2 \\ \vdots \\ \Delta U_{n-1}^2 \end{bmatrix} = 0$$

待求量

$$\underbrace{\Delta P_1, \ldots, \Delta P_{n-1}}_{n-1}, \quad \underbrace{\Delta Q_1, \ldots, \Delta Q_m}_{m=n-r-1}, \quad \underbrace{\Delta U_{m+1}^2, \ldots, \Delta U_{n-1}^2}_{r}$$

P_n， Q_{n-r}， … Q_n=?

五、实际潮流方程(极坐标)

(2n-2-r个待求量，需建2n-2-r个方程)

$$\Delta P_i = P_i^{sp} - U_i \sum_{j=1}^{n} U_j\left(G_{ij}\cos\delta_{ij} + B_{ij}\sin\delta_{ij}\right) = 0 \quad (i = 1,2,\ldots,n-1)$$

$$\Delta Q_i = Q_i^{sp} + U_i \sum_{j=1}^{n} U_j\left(B_{ij}\cos\delta_{ij} - G_{ij}\sin\delta_{ij}\right) = 0 \quad (i = 1,2,\ldots,n-1-r)$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \vdots \\ \delta_{n-1} \\ U_1 \\ \vdots \\ U_{n-1-r} \end{bmatrix} \quad \mathbf{F}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \vdots \\ \Delta P_{n-1} \\ \Delta Q_1 \\ \vdots \\ \Delta Q_{n-1-r} \end{bmatrix} = 0$$

待求量

n-1

n-r-1

P_n，Q_{n-r}，… Q_n=?

六、潮流解在工程上是否合理?

（检验标准：潮流约束条件）

- 电源节点：$P_{Gimin} \le P_{Gi} \le P_{gimax}$ （Vδ）
  $Q_{gimin} \le Q_{Gi} \le Q_{gimax}$ （PV、Vδ）
- 所有节点：$U_{imin} \le U_i \le U_{imax}$
- 重要线路：$|\delta_i - \delta_j| < |\delta_i - \delta_j|_{max}$ （稳定性）
- 线路变压器功率：$S_{ij} \le S_{ijmax}$

否则，改给定值（边界条件），或改网络结构（Y）

§2 潮流计算机解法的发展史

- 1956，基于Y的Gauss迭代法，原理和编程简单，内存需求少，但算法收敛性较差。
- 1960，基于Z的Gauss迭代法，收敛性较好，但内存占用大大增加，限制了解题规模。
- 60年代，具有二阶收敛性的Newton - Raphson法受到广泛关注，但计算量大。
- 60年代中后期， Tinney在N-R法中引入稀疏技术，计算量大大降低，成为基本算法（重点）
- 1974 Stott在大量实践的基础上，基于PQ解耦性 提出了PQ分解法，计算速度大大加快，可以应用 于在线系统（重点）

§3 GAUSS法（雅可比迭代法）

一、迭代格式构造

$$f(x)=0$$ 上帝会怎么做？

$$f\left(x^{(0)}\right)=0$$

我们怎么做？$x=g(x)$ $\qquad g(x)=x+f(x)$

也猜一个初值：$x^{(0)}$

如果 $x^{(0)}=g\left(x^{(0)}\right)$ 解得到了！

否则：$x^{(r+1)}=g\left(x^{(r)}\right)$

若 $\left|x^{(r+1)}-x^{(r)}\right|<\varepsilon$ ，则收敛，求得真解。

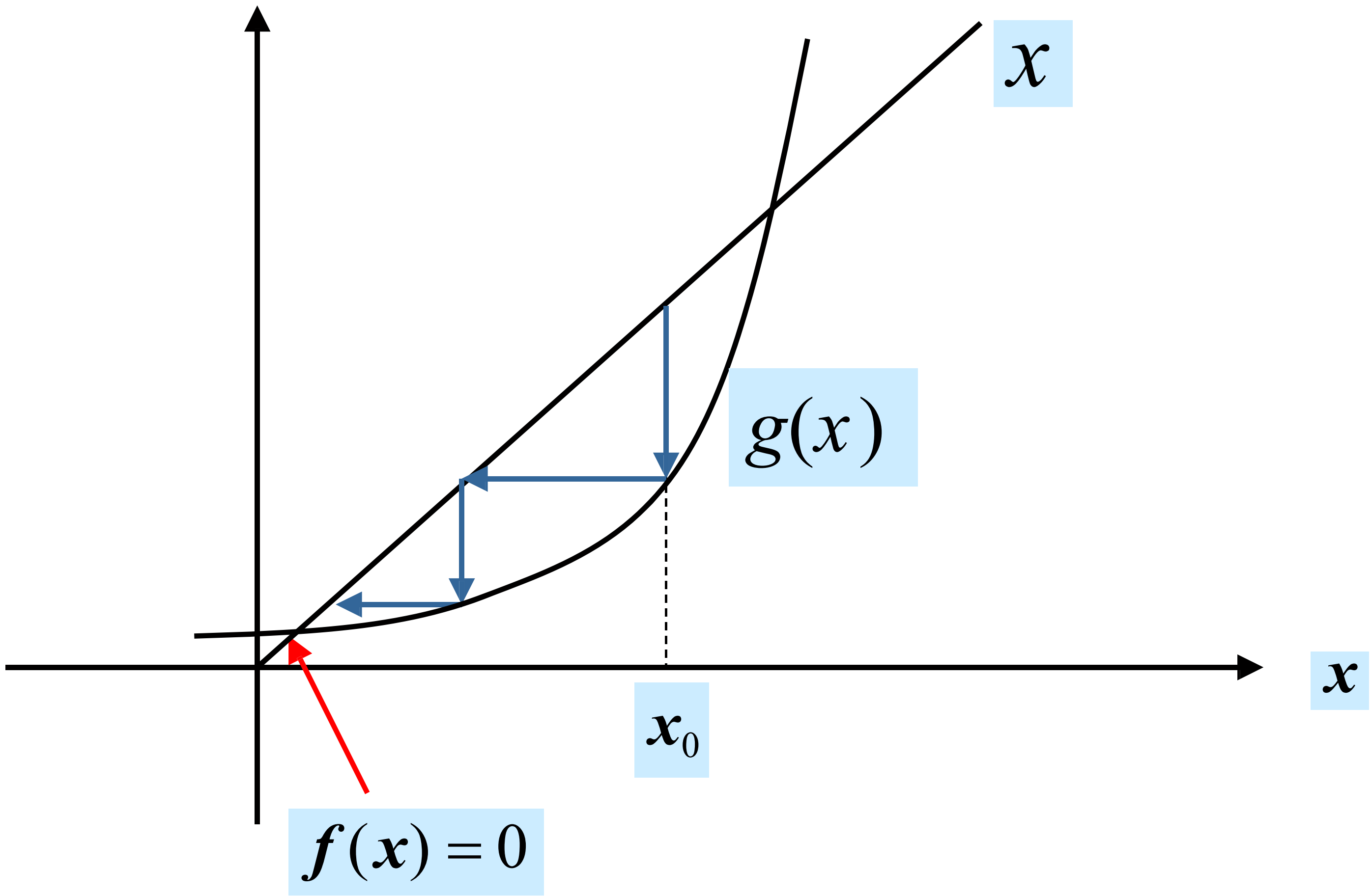
GAUSS法（雅可比迭代法）

迭代格式g不唯一。

简单迭代格式：收敛性较差。

二、几何解释

$$x = g(x)$$



三、收敛性改善：GAUSS-SEIDEL迭代法

$$\begin{cases} x_1^{(r+1)} = g_1(x_1^{(r)}, x_2^{(r)}, \dots, x_n^{(r)}) \\ x_2^{(r+1)} = g_2(x_1^{(r)}, x_2^{(r)}, \dots, x_n^{(r)}) \\ \vdots \\ x_n^{(r+1)} = g_n(x_1^{(r)}, x_2^{(r)}, \dots, x_n^{(r)}) \end{cases}$$

利用最新信息进行迭代！效果明显

$$\begin{cases} x_1^{(r+1)} = g_1(x_1^{(r)}, x_2^{(r)}, \dots, x_n^{(r)}) \\ x_2^{(r+1)} = g_2(x_1^{(r+1)}, x_2^{(r)}, \dots, x_n^{(r)}) \\ \vdots \\ x_n^{(r+1)} = g_n(x_1^{(r+1)}, x_2^{(r+1)}, \dots x_{n-1}^{(r+1)}, x_n^{(r)}) \end{cases}$$

四、基于Y阵的Gauss法

$$\begin{bmatrix} Y_n & Y_s \\ Y_s^T & Y_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_n \\ \dot{U}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_n \\ \dot{I}_s \end{bmatrix}$$

平衡节点
（Vδ ）

$$Y_n \dot{U}_n + Y_s \dot{U}_s = \dot{I}_n$$

$$Y_n \dot{U}_n = \dot{I}_n - Y_s \dot{U}_s$$

令Y_n=L+D+U

$$\dot{U}_n = D^{-1}(\dot{I}_n - Y_s \dot{U}_s - L\dot{U}_n - U\dot{U}_n)$$

Gauss-Seidel迭代:

$$\dot{U}_i^{(r+1)} = \frac{1}{Y_{ii}}\left(\frac{S_i^*}{U_i^{*(r)}} - Y_{is}\dot{U}_s - \sum_{j=1}^{i-1} Y_{ij}\,\dot{U}_j^{(r+1)} - \sum_{j=i+1}^{n-1} Y_{ij}\,\dot{U}_j^{(r)} \right)$$

存储量少，但收敛性较差，上百次也不一定收敛

五、基于Z阵的Gauss法

平衡节点电压给定：

$$Y_n\dot{U}_n = \dot{I}_n - Y_s\dot{U}_s$$

$$\dot{U}_n = \tilde{Z}_n(\dot{I}_n - Y_s\dot{U}_s), \tilde{Z}_n = Y_n^{-1}$$

$$\dot{U}_i^{(r+1)} = \sum_{j=1}^{n-1} \tilde{Z}_{ij}\left(\frac{S_j^*}{U_j^{*(r)}} - Y_{js}\dot{U}_s\right)$$

Gauss迭代法

Gauss-Seidel迭代

$$= \sum_{j=1}^{i-1} \tilde{Z}_{ij}\frac{S_j^*}{U_j^{*(r+1)}} + \sum_{j=i}^{n-1} \tilde{Z}_{ij}\frac{S_j^*}{U_j^{*(r)}} - \sum_{j=1}^{n-1} \tilde{Z}_{ij}Y_{js}\dot{U}_s$$

存储量大，但收敛性改善

六、关于Gauss法的讨论

① Y法收敛性差，Z法收敛性好

② Y法省内存，每步迭代计算量少，Z法占内存多，每步迭代计算量大。

③ PV节点处理难，迭代中改变Q值以满足V给定的要求。

4 Newton - Raphson法（N-R法）

$\mathrm{f}(x)=0$　上帝会怎么做？

我们怎么做？

也猜一个初值：$x^{(0)}$

如果 $f(x^{(0)})=0$，解得到了！

否则，找逼近真解的修正量：$\Delta x^{(0)}$

修正量该是多少呢？

若真解为 x^*，我们希望：$x^{(0)}+\Delta x^{(0)}=x^*$

即希望：$f(x^{(0)}+\Delta x^{(0)})=0$

解非线性代数方程组的N-R法

按泰勒级数在 $x^{(0)}$ 处展开,取线性部分:

$$f(x^{(0)}) + \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_0 \Delta x^{(0)} = 0$$

矩阵形式（修正方程）：

$$\begin{bmatrix} f_1(X^{(0)}) \\ f_2(X^{(0)}) \\ \vdots \\ f_n(X^{(0)}) \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} \left.\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right|_0 & \left.\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\right|_0 & \cdots & \left.\frac{\partial f_1}{\partial x_n}\right|_0 \\ \left.\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\right|_0 & \left.\frac{\partial f_2}{\partial x_2}\right|_0 & \cdots & \left.\frac{\partial f_2}{\partial x_n}\right|_0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \left.\frac{\partial f_n}{\partial x_1}\right|_0 & \left.\frac{\partial f_n}{\partial x_2}\right|_0 & \cdots & \left.\frac{\partial f_n}{\partial x_n}\right|_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X_1^{(0)} \\ \Delta X_2^{(0)} \\ \vdots \\ \Delta X_n^{(0)} \end{bmatrix} = 0$$

误差向量

Jacobi矩阵

修正向量

解非线性代数方程组的N-R法

缩写为： $f(\mathbf{X}^{(0)}) = -\mathbf{J}^{(0)}\Delta\mathbf{X}^{(0)}$

解上述修正方程（线性代数方程组），得：$\Delta\mathbf{X}^{(0)}$

修正：$\mathbf{X}^{(1)} = \mathbf{X}^{(0)} + \Delta\mathbf{X}^{(0)}$

完成一次迭代计算！

第r次迭代的修正方程为：

$$f(\mathbf{X}^{(r)}) = -\mathbf{J}^{(r)}\Delta\mathbf{X}^{(r)}$$

第r次迭代修正向量

第r次迭代误差向量

第r次迭代Jacobi矩阵

N-R法迭代格式及特点

$$\Delta \mathbf{X}^{(r)} = -(\mathbf{J}^{(r)})^{-1} \mathbf{f}(\mathbf{X}^{(r)})$$

$$\mathbf{X}^{(r+1)} = \mathbf{X}^{(r)} + \Delta \mathbf{X}^{(r)}$$

$|f(X^{(r+1)})| \le \varepsilon$

或 $|\Delta \mathbf{X}^{(r)}| \le \varepsilon$

N

r+1→r

下一步迭代

Y(结束)

收敛判据

收敛指标ε

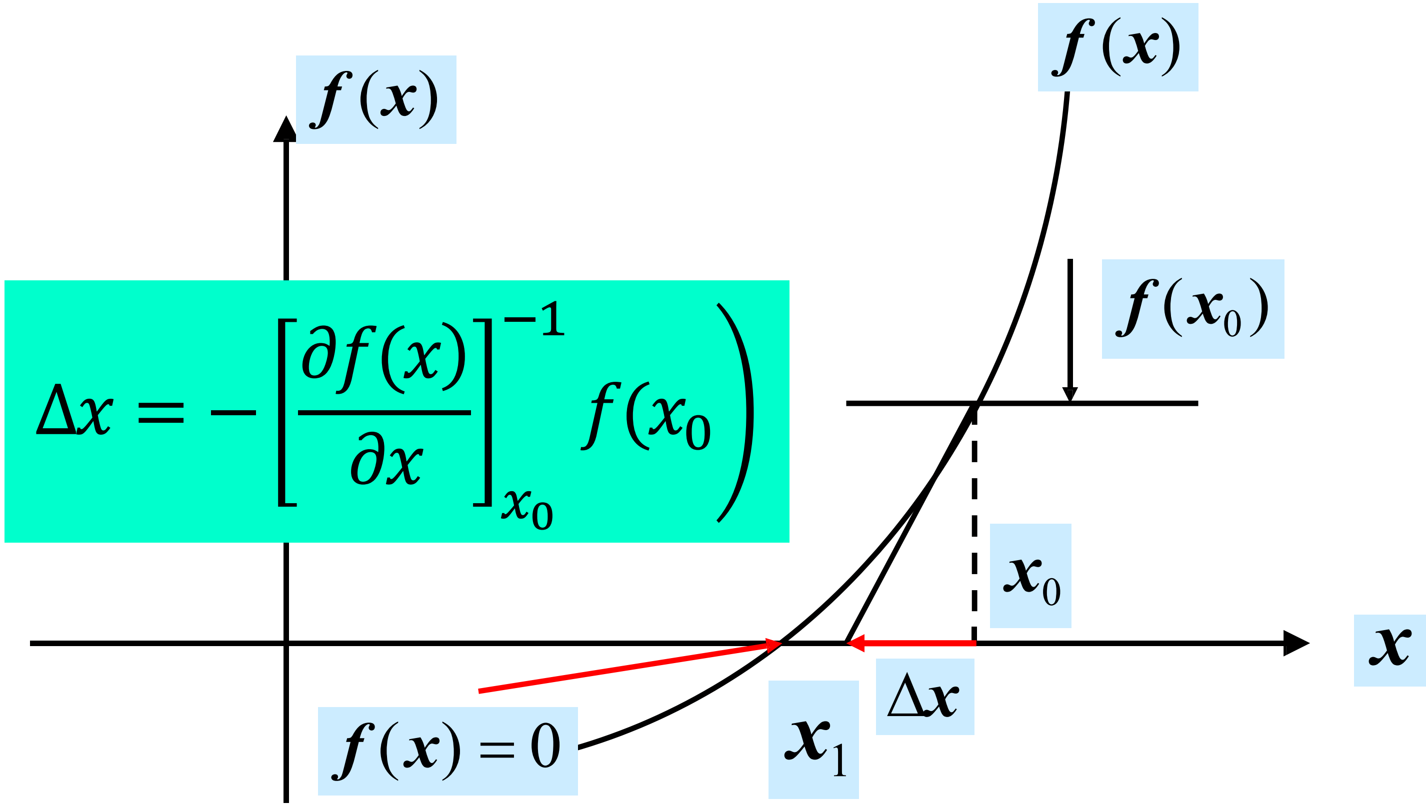
特点: 转化为多次线性方程组的迭代求解

每次重新计算 $J(X^{(r)})$,求逆

二阶收敛性

初值 $x^{(0)}$ 离真解 x^{*} 越近越好

N-R法几何解释



$$\Delta x=-\left[\frac{\partial f(x)}{\partial x}\right]_{x_0}^{-1} f\left(x_0\right)$$

二、潮流计算的N-R法（重要）

1、潮流方程(直角坐标)

- 未知状态数2(n-1)个，需2(n-1)个潮流方程参与迭代，节点：PQ（n-1-r个）、PV（r个）
- PQ节点：$\begin{cases} \Delta P_i = P_i^{sp} - (e_i a_i + f_i b_i) = 0 \\ \Delta Q_i = Q_i^{sp} - (f_i a_i + e_i b_i) = 0 \end{cases}$ $i = 1, \ldots, n-1-r$
- PV节点：$\begin{cases} \Delta P_i = P_i^{sp} - (e_i a_i + f_i b_i) = 0 \\ \Delta U_i^2 = (U_i^{SP})^2 - (e_i^2 + f_i^2) = 0 \end{cases}$ $i = n-r, \ldots, n-1$

$$a_i = \sum_{j=1}^{n} (G_{ij} e_j - B_{ij} f_j) \qquad b_i = \sum_{j=1}^{n} (G_{ij} f_j + B_{ij} e_j)$$

2、修正方程

$$
\mathbf{f}(\mathbf{x})=\begin{bmatrix}\Delta P\\ \Delta Q\\ \Delta U^2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}P^{SP}-P(e,f)\\ Q^{SP}-Q(e,f)\\ (U^{SP})^2-e^2-f^2\end{bmatrix}=0
\quad
\begin{array}{l} n\text{-}1\\ n\text{-}1\text{-}r\\ r\end{array}
$$

$$
\mathrm{f}(\mathbf{X}^{(\mathrm{r})})=-\mathbf{J}^{(\mathrm{r})}\Delta\mathbf{X}^{(\mathrm{r})}
\;\Rightarrow\;
\begin{bmatrix}\Delta P\\ \Delta Q\\ \Delta U^2\end{bmatrix}=-\begin{bmatrix}\dfrac{\partial\Delta P}{\partial e^T} & \dfrac{\partial\Delta P}{\partial f^T}\\[2ex] \dfrac{\partial\Delta Q}{\partial e^T} & \dfrac{\partial\Delta Q}{\partial f^T}\\[2ex] \dfrac{\partial\Delta U^2}{\partial e^T} & \dfrac{\partial\Delta U^2}{\partial f^T}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta e\\ \Delta f\end{bmatrix}
$$

各子矩阵维长?

3、J矩阵

$$\Delta P_i = P_i^{sp} - (e_i a_i + f_i b_i) = 0$$
$$\Delta Q_i = Q_i^{sp} - (f_i a_i + e_i b_i) = 0$$

$$a_i = \sum_{i=1}^{n} (G_{ij} e_j - B_{ij} f_j)$$
$$b_i = \sum_{j=1}^{n} (G_{ij} f_j + B_{ij} e_j)$$

$$J = -\begin{bmatrix} \dfrac{\partial \Delta P}{\partial e^T} & \dfrac{\partial \Delta P}{\partial f^T} \\ \dfrac{\partial \Delta Q}{\partial e^T} & \dfrac{\partial \Delta Q}{\partial f^T} \\ \dfrac{\partial \Delta U^2}{\partial e^T} & \dfrac{\partial \Delta U^2}{\partial f^T} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{array}{cc} \begin{array}{cc} n-1 & n-1 \end{array} & \\ \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \\ R & S \end{bmatrix} & \begin{array}{c} n-1 \\ n-1-r \\ n-1-r \end{array} \end{array}$$

各子块元素，会推导!

$$\begin{cases} H_{ii} = \dfrac{\partial \Delta P_i}{\partial e_i} = -a_i - (G_{ii} e_i + B_{ii} f_i) \\ H_{ij} = \dfrac{\partial \Delta P_i}{\partial e_j} = -(G_{ij} e_i + B_{ij} f_i) \end{cases}$$

$$\begin{cases} N_{ii} = \dfrac{\partial \Delta P_i}{\partial f_i} = -b_i - (B_{ii} e_i + G_{ii} f_i) \\ N_{ij} = \dfrac{\partial \Delta P_i}{\partial f_j} = B_{ij} e_i - G_{ij} f_i \end{cases}$$

J 矩阵

$$\Delta P_i = P_i^{sp} - (e_i a_i + f_i b_i) = 0$$
$$\Delta Q_i = Q_i^{sp} - (f_i a_i + e_i b_i) = 0$$

$$a_i = \sum_{i=1}^{n} (G_{ij} e_j - B_{ij} f_j)$$
$$b_i = \sum_{j=1}^{n} (G_{ij} f_j + B_{ij} e_j)$$

$$\begin{cases} M_{ii} = \dfrac{\partial \Delta Q_i}{\partial e_i} = b_i + (B_{ii} e_i - G_{ii} f_i) \\ M_{ij} = \dfrac{\partial \Delta Q_i}{\partial e_j} = B_{ij} e_i - G_{ij} f_i = N_{ij} \end{cases}$$

$$\begin{cases} L_{ii} = \dfrac{\partial \Delta Q_i}{\partial f_i} = -a_i + (G_{ii} e_i - B_{ii} f_i) \\ L_{ij} = \dfrac{\partial \Delta Q_i}{\partial f_j} = G_{ij} e_i + B_{ij} f_i = -H_{ij} \end{cases}$$

$$\Delta U_i^2 = \left(U_i^{SP}\right)^2 - \left(e_i^2 + f_i^2\right) = 0$$

$$\begin{cases} R_{ii} = \dfrac{\partial \Delta U_i^2}{\partial e_i} = -2e_i \\ R_{ij} = \dfrac{\partial \Delta U_i^2}{\partial e_j} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} S_{ii} = \dfrac{\partial \Delta U_i^2}{\partial f_i} = -2f_i \\ S_{ij} = \dfrac{\partial \Delta U_i^2}{\partial f_j} = 0 \end{cases}$$

J矩阵（特点）

- 2（n-1）阶方阵;
- 不对称，各元素在迭代时变化，计算量大。（编程技巧！）
- 子块与Y对应, 也是稀疏的，稀疏技术

5、程序步骤

① 设电压初值：$e^{(0)}$、$f^{(0)}$

② 求误差：$\Delta P^{(0)}$、$\Delta Q^{(0)}$、$\Delta U^{2(0)}$

③ 置迭代次数：$r=0$

④ 求：$J^{(r)}$

⑤ 解修正方程，求：$\Delta e^{(r)}$、$\Delta f^{(r)}$

⑥ 修正电压：$e^{(r+1)} = e^{(r)} + \Delta e^{(r)}$　　$f^{(r+1)} = f^{(r)} + \Delta f^{(r)}$

⑦ 求：$\Delta P^{(r+1)}$、$\Delta Q^{(r+1)}$、$\Delta U^{2(r+1)}$

⑧ 检验收敛 $|\Delta P^{(r+1)}$、$\Delta Q^{(r+1)}| < \varepsilon$

如不收敛，返④迭代；如收敛, 求平衡节点功率、PV节点Q、支路功率和损耗（检查潮流约束）

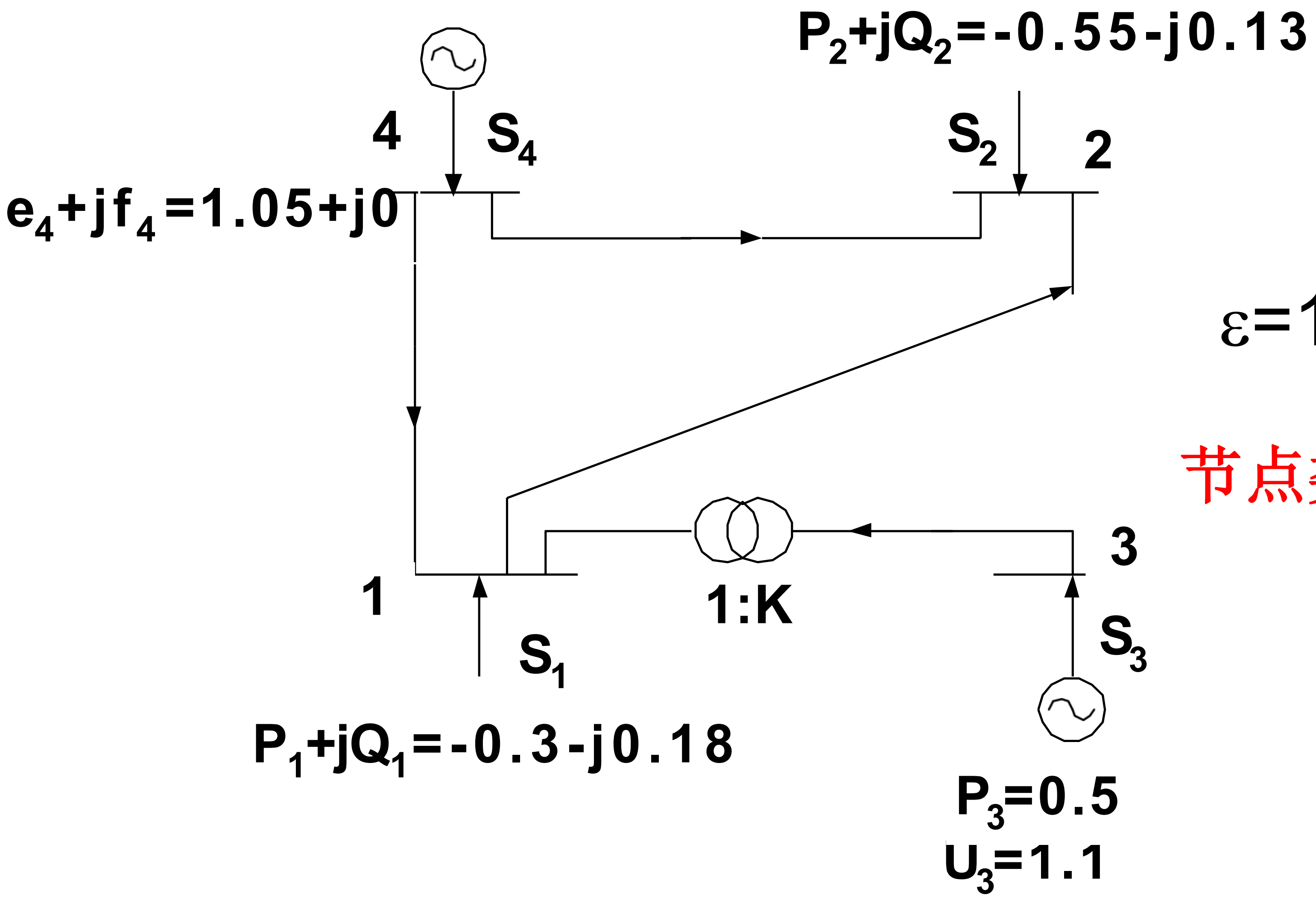
编程说明

- 初值严格，一般取 $e^{(0)}=1$，$f^{(0)}=0$（标么制好处）

- ε一般可取10^{-3}~10^{-5}（太大太小？）
- $J^{(r)}$及求逆计算量大, 但收敛快, 一般迭代6~7次
- PV和PQ节点转化（不满足约束条件）

6、N-R法算例

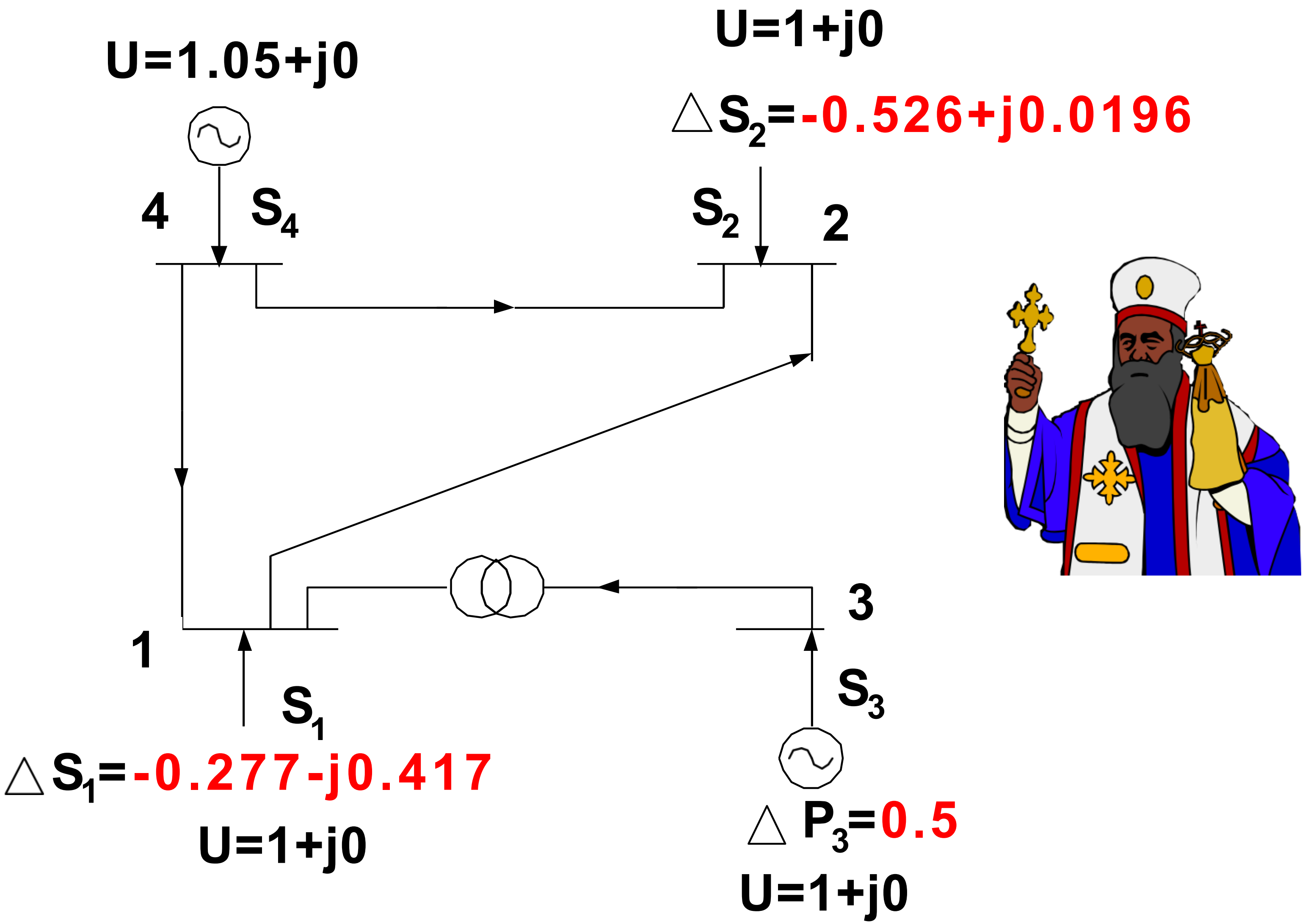
(四节点系统——网络+边界条件)



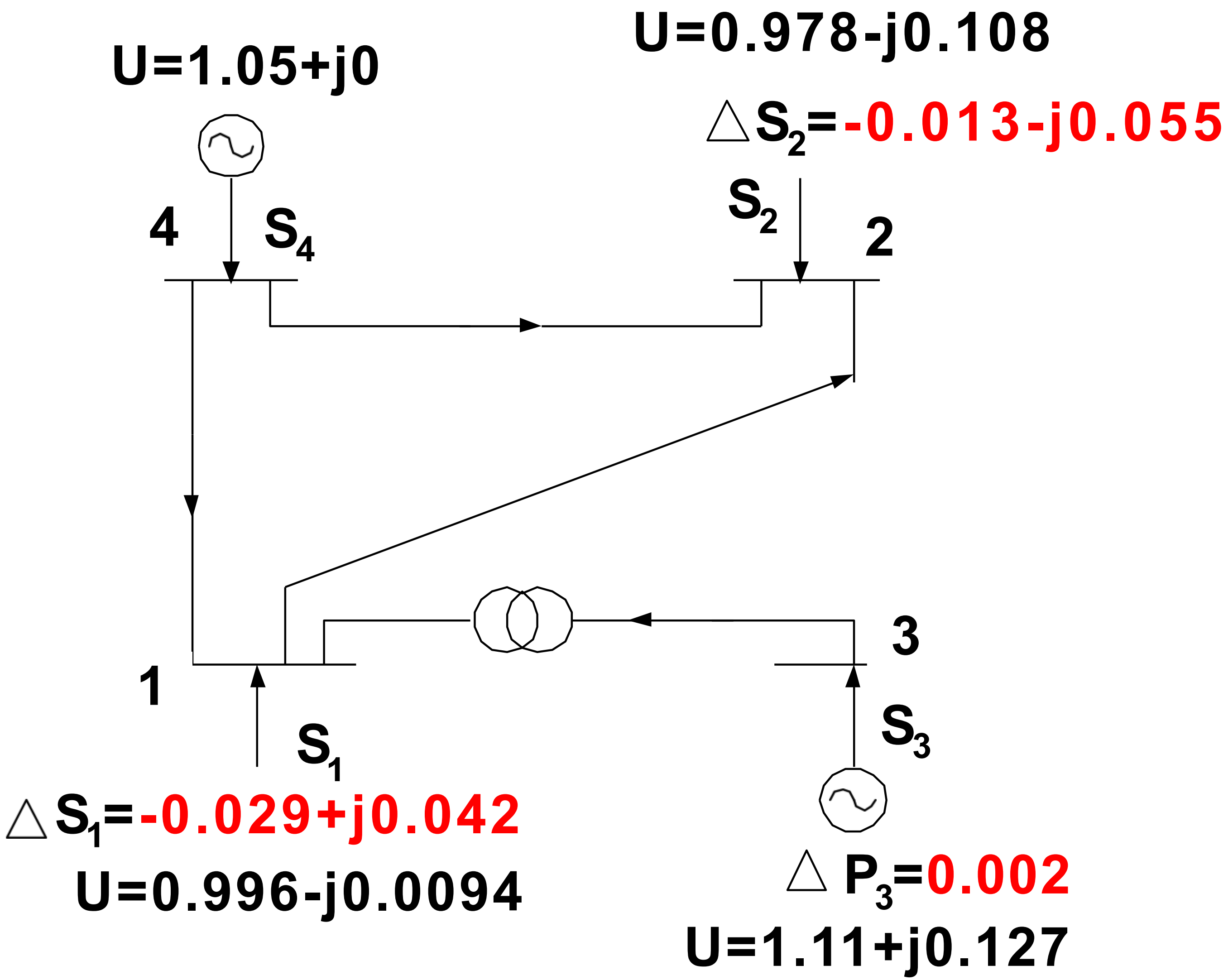
$\varepsilon=10^{-4}$

节点类型？

N-R法迭代过程（初值：r=0）

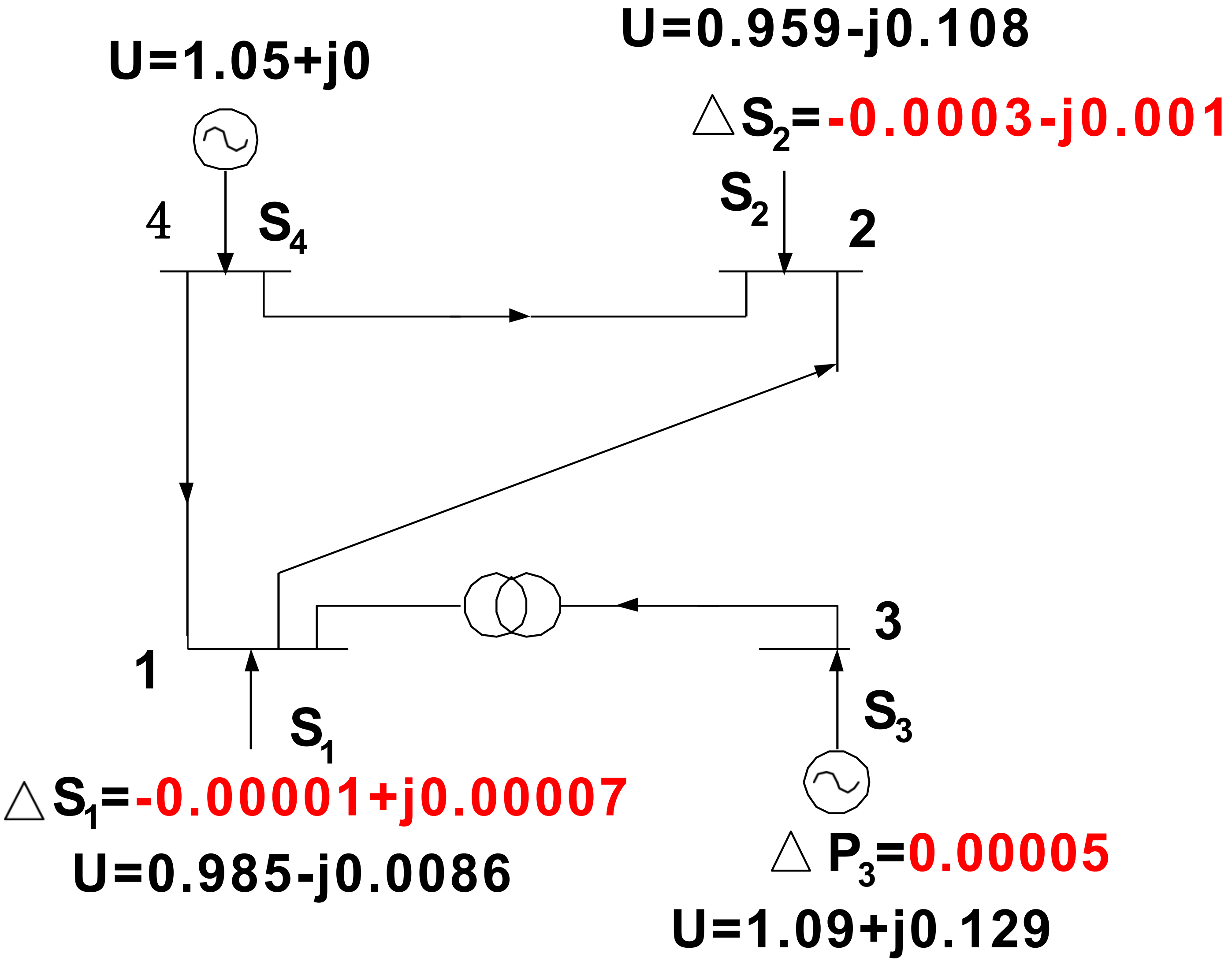


N-R法迭代过程（r=1）



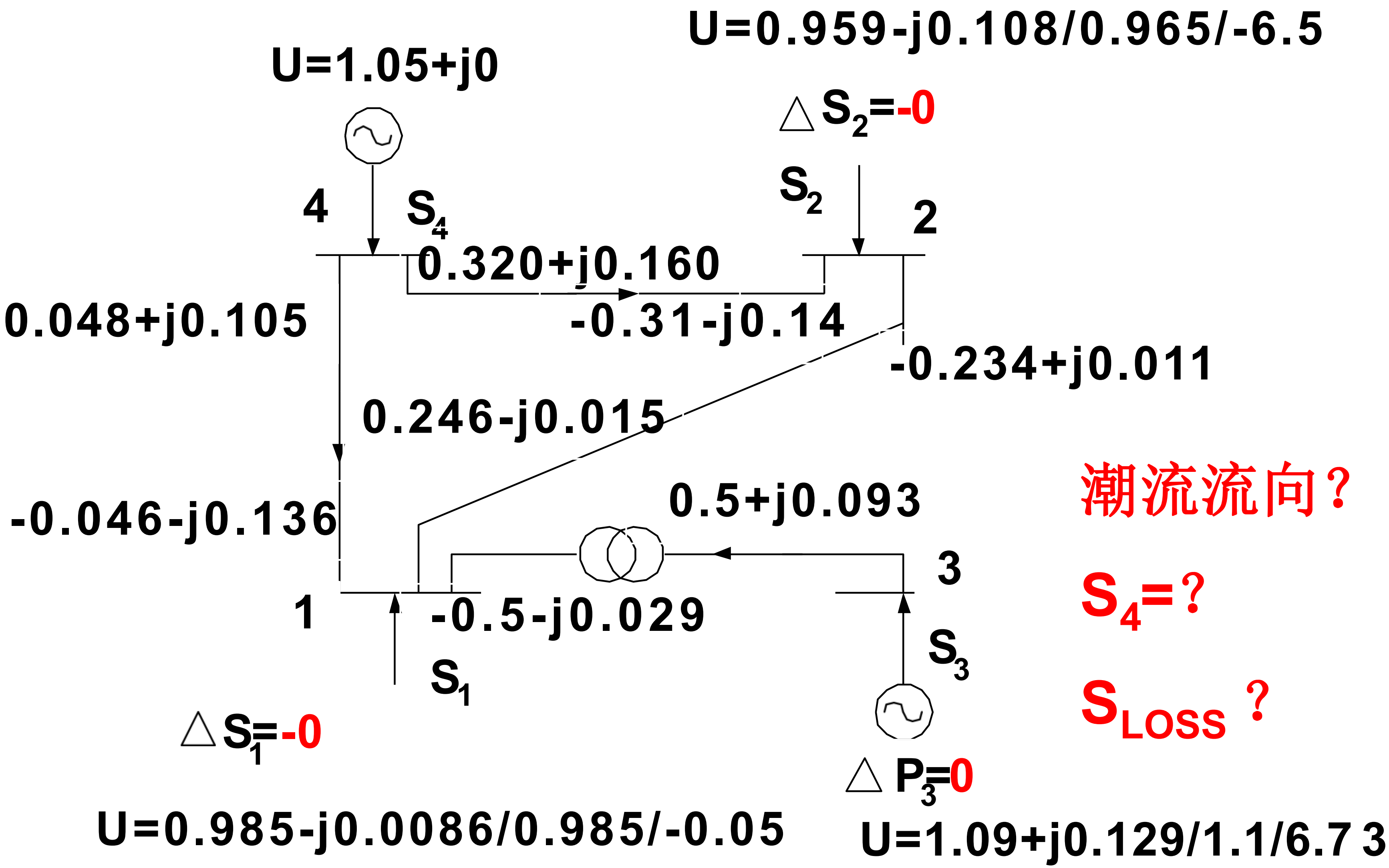
U=1.05+j0
U=0.978-j0.108
△S2=-0.013-j0.055
S2
4
S4
2
1
3
S1
S3
△S1=-0.029+j0.042
U=0.996-j0.0094
△P3=0.002
U=1.11+j0.127

N-R法迭代过程（r=2）



U=0.959-j0.108
U=1.05+j0
△S2=-0.0003-j0.001
S2
4
S4
2
3
1
S1
S3
△S1=-0.00001+j0.00007
U=0.985-j0.0086
△P3=0.00005
U=1.09+j0.129

N-R法迭代结果（r=3）



潮流流向？

S_4=？

S_{LOSS}？

第三章 电力系统潮流分析与计算

§1 简单电力系统潮流分析

§2 网络矩阵和功率方程

§3 实际潮流方程及基本解法

§4 潮流分析中的N-R法和PQ分解法

问 题

1、如何构造极坐标下的N-R法?

2、PQ分解法是怎么回事?

3、如何导出PQ分解法?

4、如何理解PQ分解法的机理?

§1 潮流计算的N-R法（重点）

一、潮流方程（极坐标）

- PQ（n-1-r个）、PV（r个），未知数2(n-1)-r 个，需要2(n-1)-r个潮流方程参与迭代。
- PQ节点:

$$\Delta P_i = P_i^{sp} - U_i \sum_{j=1}^{n} U_j \left(G_{ij}\cos\delta_{ij} + B_{ij}\sin\delta_{ij} \right) = 0$$

$$\Delta Q_i = Q_i^{sp} - U_i \sum_{j=1}^{n} U_j \left(G_{ij}\sin\delta_{ij} - B_{ij}\cos\delta_{ij} \right) = 0$$

- PV节点:

$$\Delta P_i = P_i^{sp} - U_i \sum_{j=1}^{n} U_j \left(G_{ij}\cos\delta_{ij} + B_{ij}\sin\delta_{ij} \right) = 0$$

二、修正方程

$$f(x)=\begin{bmatrix}\Delta P\\ \Delta Q\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}P^{SP}-P(U,\delta)\\ Q^{SP}-Q(U,\delta)\end{bmatrix}=0\begin{matrix}n-1\\ n-1-r\end{matrix}$$

$$\mathrm{f}(\mathbf{X}^{(\mathrm{r})})=-\mathbf{J}^{(\mathrm{r})}\Delta\mathbf{X}^{(\mathrm{r})}$$

子阵维长?

$$\begin{bmatrix}\Delta P\\ \Delta Q\end{bmatrix}=-\begin{bmatrix}\dfrac{\partial\Delta P}{\partial\delta^T} & \dfrac{\partial\Delta P}{\partial U^T}\\ \dfrac{\partial\Delta Q}{\partial\delta^T} & \dfrac{\partial\Delta Q}{\partial U^T}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta\delta\\ \Delta U\end{bmatrix}$$

二、修正方程

$$\Delta P_i = P_i^{sp} - U_i \sum_{j=1}^{n} U_j (G_{ij}\cos\delta_{ij} + B_{ij}\sin\delta_{ij}) = 0$$

$$\Delta Q_i = Q_i^{sp} - U_i \sum_{j=1}^{n} U_j (G_{ij}\sin\delta_{ij} - B_{ij}\cos\delta_{ij}) = 0$$

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta P}{\partial \delta^T} & \frac{\partial \Delta P}{\partial U^T} \\ \frac{\partial \Delta Q}{\partial \delta^T} & \frac{\partial \Delta Q}{\partial U^T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta U \end{bmatrix}$$

- 为便于计算，将J中对U的偏导恢复成U二次函 数：对U偏导乘U，ΔU除U

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta P}{\partial \delta^T} & \frac{\partial \Delta P}{\partial U^T} U \\ \frac{\partial \Delta Q}{\partial \delta^T} & \frac{\partial \Delta Q}{\partial U^T} U \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta U / U \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta U_1 / U_1 \\ \Delta U_2 / U_2 \\ \vdots \\ \Delta U_{n-1-r} / U_{n-1-r} \end{bmatrix}$$

三、J矩阵

$$\Delta P_i = P_i^{sp} - U_i \sum_{j=1}^{n} U_j\left(G_{ij}\cos\delta_{ij} + B_{ij}\sin\delta_{ij}\right) = 0$$

$$\Delta Q_i = Q_i^{sp} - U_i \sum_{j=1}^{n} U_j\left(G_{ij}\sin\delta_{ij} - B_{ij}\cos\delta_{ij}\right) = 0$$

$$J = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial \Delta P}{\partial \delta^T} & \dfrac{\partial \Delta P}{\partial U^T}U \\ \dfrac{\partial \Delta Q}{\partial \delta^T} & \dfrac{\partial \Delta Q}{\partial U^T}U \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{ccc} n-1 & n-1-r & \\ \left[\begin{matrix} H \\ M \end{matrix}\right. & \left.\begin{matrix} N \\ L \end{matrix}\right] & \begin{matrix} n-1 \\ n-1-r \end{matrix} \end{array}$$

各子块元素：（会推导！）

$$\begin{cases} H_{ii} = \dfrac{\partial \Delta P_i}{\partial \delta_i} = -U_i \displaystyle\sum_{j=1, j\neq i}^{n} U_j(-G_{ij}\sin\delta_{ij} + B_{ij}\cos\delta_{ij}) = Q_i + U_i^2 B_{ii} \\ H_{ij} = \dfrac{\partial \Delta P_i}{\partial \delta_j} = -U_i U_j(G_{ij}\sin\delta_{ij} - B_{ij}\cos\delta_{ij}) \end{cases}$$

三、J矩阵

$$\Delta P_i = P_i^{sp} - U_i \sum_{j=1}^{n} U_j(G_{ij}\cos\delta_{ij} + B_{ij}\sin\delta_{ij}) = 0$$

$$\Delta Q_i = Q_i^{sp} - U_i \sum_{j=1}^{n} U_j(G_{ij}\sin\delta_{ij} - B_{ij}\cos\delta_{ij}) = 0$$

$$\begin{cases} N_{ii} = \dfrac{\partial \Delta P_i}{\partial U_i} U_i = -U_i\left[\sum_{j=1, j\neq i}^{n} U_j(G_{ij}cos\delta_{ij} + B_{ij}\sin\delta_{ij}) + 2U_iG_{ij}\right] = -P_i - U_i^2 G_{ii} \\ N_{ij} = \dfrac{\partial \Delta P_i}{\partial U_j} U_j = -U_iU_j(G_{ij}\cos\delta_{ij} + B_{ij}\sin\delta_{ij}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_{ii} = \dfrac{\partial \Delta Q_i}{\partial \delta_i} = -U_i \sum_{j=1, j\neq i}^{n} U_j(G_{ij}cos\delta_{ij} + B_{ij}\sin\delta_{ij}) = -P_i + U_i^2 G_{ii} \\ M_{ij} = \dfrac{\partial \Delta Q_i}{\partial \delta_j} = -U_iU_j(G_{ij}\cos\delta_{ij} + B_{ij}\sin\delta_{ij}) = -N_{ij} \end{cases}$$

$$\begin{cases} L_{ii} = \dfrac{\partial \Delta Q_i}{\partial U_i} U_i = -U_i\left[\sum_{j=1, j\neq i}^{n} U_j(G_{ij}\sin\delta_{ij} - B_{ij}\cos\delta_{ij}) + 2U_iB_{ij}\right] = -Q_i + U_i^2 B_{ii} \\ L_{ij} = \dfrac{\partial \Delta Q_i}{\partial U_j} U_j = -U_iU_j(G_{ij}\sin\delta_{ij} - B_{ij}\cos\delta_{ij}) = H_{ij} \end{cases}$$

四、讨论

- J矩阵（特点）
  - 2n - 2 - r阶方阵(比直角坐标少多少阶?)
  - 不对称，元素在迭代过程中变化，计算量大。（编程技巧！）
  - 子块与Y对应，也是稀疏(稀疏技术)
- 初值严格，一般取$\mathbf{U}^{(0)}=1$，$\delta^{(0)}=0$ （标么制好处）
- 修正过程： $\delta^{(r+1)}=\delta^{(r)}+\Delta\delta^{(r)}$　$\mathbf{U}^{(r+1)}=\mathbf{U}^{(r)}+\Delta\mathbf{U}^{(r)}$
- 程序步骤与直角坐标相似

§2 潮流计算的PQ分解法(重点)

一、基本思路

- N-R法：收敛性好，但每次迭代要重新计算 J^{-1} ，计算量和存储量很大。
- 70年代，利用电力系统特点，对极坐标N-R法 的合理简化，提出PQ分解法。
- 计算速度大大加快，可应用于在线系统（注意： 收敛性和计算速度的差别）
- 如何简化?
- Stott：降阶、常数化

二、极坐标N-R法的简化?

（条件：超高压和高压电网）

修正方程：$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta U/U \end{bmatrix}$ 降阶

- 第一步简化：由于R<<X，δ变化主要影响P，U 变化主要影响Q，有N<H和M<L，忽略非对角块， 即有近似修正方程为：

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} H & 0 \\ 0 & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta U/U \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \Delta P = -H\Delta\delta \\ \Delta Q = -L\Delta U/U \end{cases}$$

PQ 分解法得名！

H、L随迭代而变化，如何常数化?

进一步简化?

非对角元: $H_{ij} = L_{ij} = -U_i U_j (G_{ij}\sin\delta_{ij} - B_{ij}\cos\delta_{ij})$

- 第二步简化：一般线路两端 $_{ij}$较小（一般小于10°~20°），且 $G_{ij} \ll B_{ij}$，有：

$$\cos\delta_{ij} \approx 1$$

$$G_{ij}\, sin\, \delta_{ij} << B_{ij}\, cos\, \delta_{ij}$$

- $H_{ij}=U_iU_jB_{ij}$, i、j=1,2,…,n – 1， i ≠ j
- $L_{ij}=U_iU_jB_{ij}$, i、j=1,2,…,n – r – 1， i ≠ j

对角元:

$$H_{ii} = Q_i + U_i^2 B_{ii}, L_{ii} = -Q_i + U_i^2 B_{ii}$$

- Q_i和$U_i^2 B_{ii}$谁大? 为什么?

进一步简化?

- **第三步简化：** $Q_i \ll U_i^2 B_{ii}$

$$\begin{cases} \boldsymbol{H_{ii} = U_i^2 B_{ii}} & \boldsymbol{i = 1, 2, \ldots, n-1} \\ \boldsymbol{L_{ii} = U_i^2 B_{ii}} & \boldsymbol{i = 1, 2, \ldots, n-1-r} \end{cases}$$

$$\mathbf{H、L} \approx \begin{bmatrix} U_1^2 B_{11} & U_1 U_2 B_{12} & \cdots & U_1 U_k B_{1k} \\ U_2 U_1 B_{21} & U_2^2 B_{22} & \cdots & U_2 U_k B_{1k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ U_k U_1 B_{k1} & U_k U_2 B_{k2} & \cdots & U_k^2 B_{kk} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} U_1 & & & 0 \\ & U_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & U_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & \cdots & B_{1k} \\ B_{21} & B_{22} & \cdots & B_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ B_{k1} & B_{k2} & \cdots & B_{kk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 & & & 0 \\ & U_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & U_k \end{bmatrix}$$

缩写：$\boldsymbol{H, L \approx UBU}$　　H和L维长？

三、PQ分解法的修正方程

$$\begin{cases} \Delta P = -H\Delta\delta \\ \Delta Q = -L\Delta U/U \end{cases}$$

$$H, L \approx UBU$$

Pδ修正：

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1/U_1 \\ \Delta P_2/U_2 \\ \vdots \\ \Delta P_{n-1}/U_{n-1} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & \cdots & B_{1k} \\ B_{21} & B_{22} & \cdots & B_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ B_{n-11} & B_{n-12} & \cdots & B_{n-1n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1\Delta\delta_1 \\ U_2\Delta\delta_2 \\ \vdots \\ U_{n-1}\Delta\delta_{n-1} \end{bmatrix}$$

QV修正：

$$\begin{bmatrix} \Delta Q_1/U_1 \\ \Delta Q_2/U_2 \\ \vdots \\ \Delta Q_{n-1}/U_{n-1} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & \cdots & B_{1(n-1-r)} \\ B_{21} & B_{22} & \cdots & B_{2(n-1-r)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ B_{(n-1-r)1} & B_{(n-1-r)2} & \cdots & B_{(n-1-r)(n-1-r)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta U_1 \\ \Delta U_2 \\ \vdots \\ \Delta U_{n-1-r} \end{bmatrix}$$

缩写：
$$\begin{cases} \Delta P/U = -B' \cdot U\Delta\delta \\ \Delta Q/U = -B'' \cdot \Delta U \end{cases}$$

简记：
$$\begin{cases} \Delta P/U = -B' \cdot \Delta\delta \\ \Delta Q/U = -B'' \cdot \Delta U \end{cases}$$

四、修正方程特点

- 两套常系数线性方程组
- 常系数矩阵**B′**和**B″** 稀疏对称，Y阵虚部；
- **B′** 和 **B″** 阶数分别为（n-1）×（n-1）、（n-1-r）×（n-1-r）
- 好处：存储量小、计算量小、在线分析

五、PQ分解法迭代格式

$$\Delta\delta^{(r)} = -B'^{-1}(\Delta P/U)^{(r)} \longrightarrow \delta^{(r+1)} = \delta^{(r)} + \Delta\delta^{(r+1)}$$

$$\Delta U^{(r)} = -B''^{-1}(\Delta Q/U)^{(r)} \longrightarrow U^{(r+1)} = U^{(r)} + \Delta U^{(r)} \longrightarrow |\Delta P^{(r)}, \Delta Q^{(r)}| < \varepsilon$$

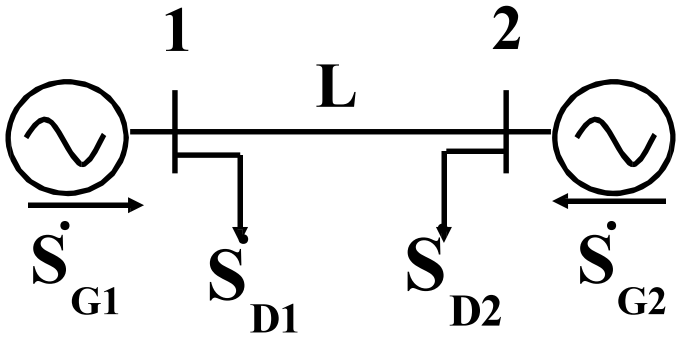
N: $r+1 \rightarrow r$

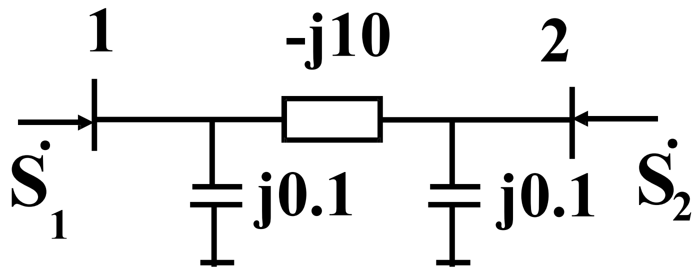
Y（结束）

- PQ解耦特性（重要）：适用范围；
- 3个简化基础：R<<X, δ_{ij}不能太大, $U_i^2 B_{ii} \gg Q_i$
- 精度取决于 ε ,简化只影响迭代过程,不影响结果?
- 线性敛速，迭代次数多于N-R法，计算速度快于N-R法。

六、例题

- 求两节点系统的潮流分布。





- 已知： $\dot{S}_{D1} = 20 + j10$ $\dot{S}_{D2} = 10 + j10$

  $\dot{S}_{G2} = 15 + j10$ $\dot{U}_1 = 1\angle 0$

解：

- 确定节点类型：PQ? PV? Vδ?

- 形成节点导纳矩阵：

$$Y = \begin{bmatrix} -9.9j & j10 \\ j10 & -9.9j \end{bmatrix}$$

例题

$$\Delta P_i = P_i^{sp} - U_i \sum_{j=1}^{n} U_j\left(G_{ij}\cos\delta_{ij} + B_{ij}\sin\delta_{ij}\right) = 0$$

$$\Delta Q_i = Q_i^{sp} - U_i \sum_{j=1}^{n} U_j\left(G_{ij}\sin\delta_{ij} - B_{ij}\cos\delta_{ij}\right) = 0$$

- 潮流方程有几个?

$$\begin{cases} \Delta P_2 = P_{G2} - P_{D2} - U_2 \sum_{j=1}^{2} U_j B_{2j}\sin\delta_{2j} = 0 \\ \Delta Q_2 = Q_{G2} - Q_{D2} - U_2 \sum_{j=1}^{2} U_j B_{2j}\cos\delta_{2j} = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta P_2 = -4 - 10U_2\sin\delta_2 = 0 \\ \Delta Q_2 = -9.9U_2^2 + 10U_2\cos\delta_2 = 0 \end{cases}$$

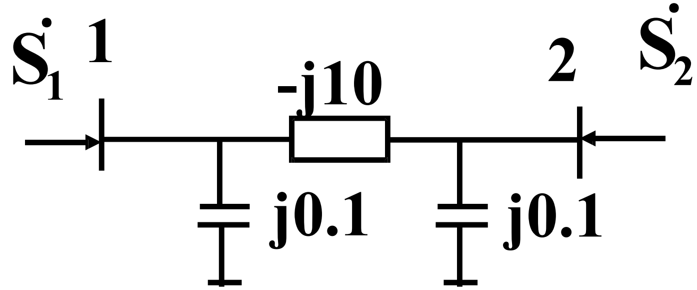
解析法： $U_2 = 0.906, \ \delta_2 = -26.2^0$

- **N-R法：求J，几维？算式记不住怎么办？**
- **PQ分解法：求B’和B”，分别几维？**

例题

$$\Delta P_i = P_i^{sp} - U_i \sum_{j=1}^{n} U_j \left(G_{ij}\cos\delta_{ij} + B_{ij}\sin\delta_{ij} \right) = 0$$

$$\Delta Q_i = Q_i^{sp} - U_i \sum_{j=1}^{n} U_j \left(G_{ij}\sin\delta_{ij} - B_{ij}\cos\delta_{ij} \right) = 0$$



- 平衡节点1的注入功率：

$$P_1 = U_1 \sum_{j=1}^{2} U_j B_{1j} \sin\delta_{1j} = U_2 B_{12} \sin(-\delta_2) = 4.0$$

$$Q_1 = -U_1 \sum_{j=1}^{2} U_j B_{1j} \cos\delta_{1j} = 1.73$$

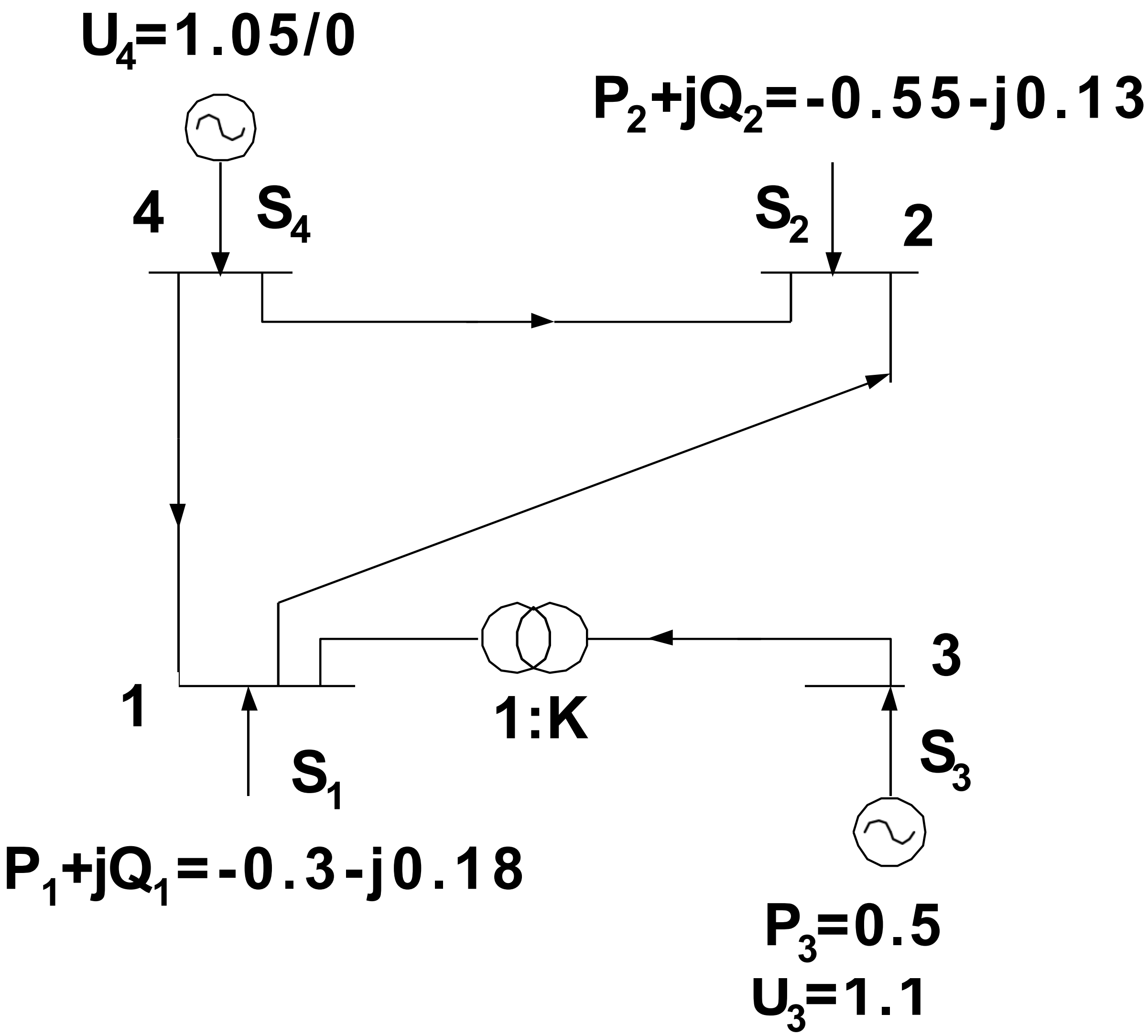
$\Rightarrow$ $P_{G1} = P_1 + P_{D1} = 24,\qquad Q_{G1} = Q_1 + Q_{D1} = 11.73$

网损：$\triangle P_L = P_1 + P_2 = 4 - 4 = 0$

- U_2=0.906偏低，→1，则放开Q_{G2}未知，PQ转化为PV。
- 这时有几个极坐标方程？J几维？B′和B″几维？

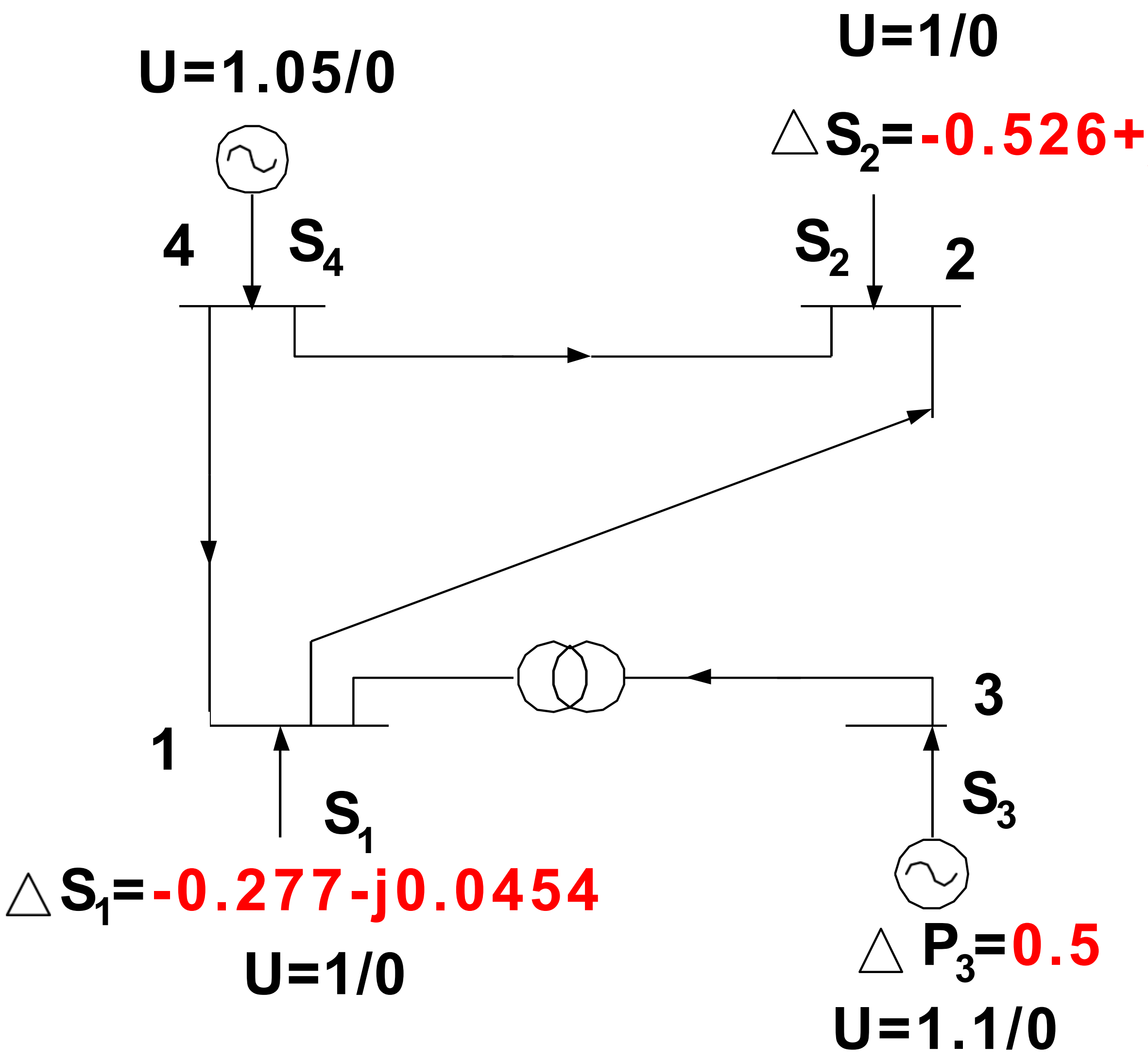
七、PQ分解法算例

- (四节点系统——网络结构+边界条件)

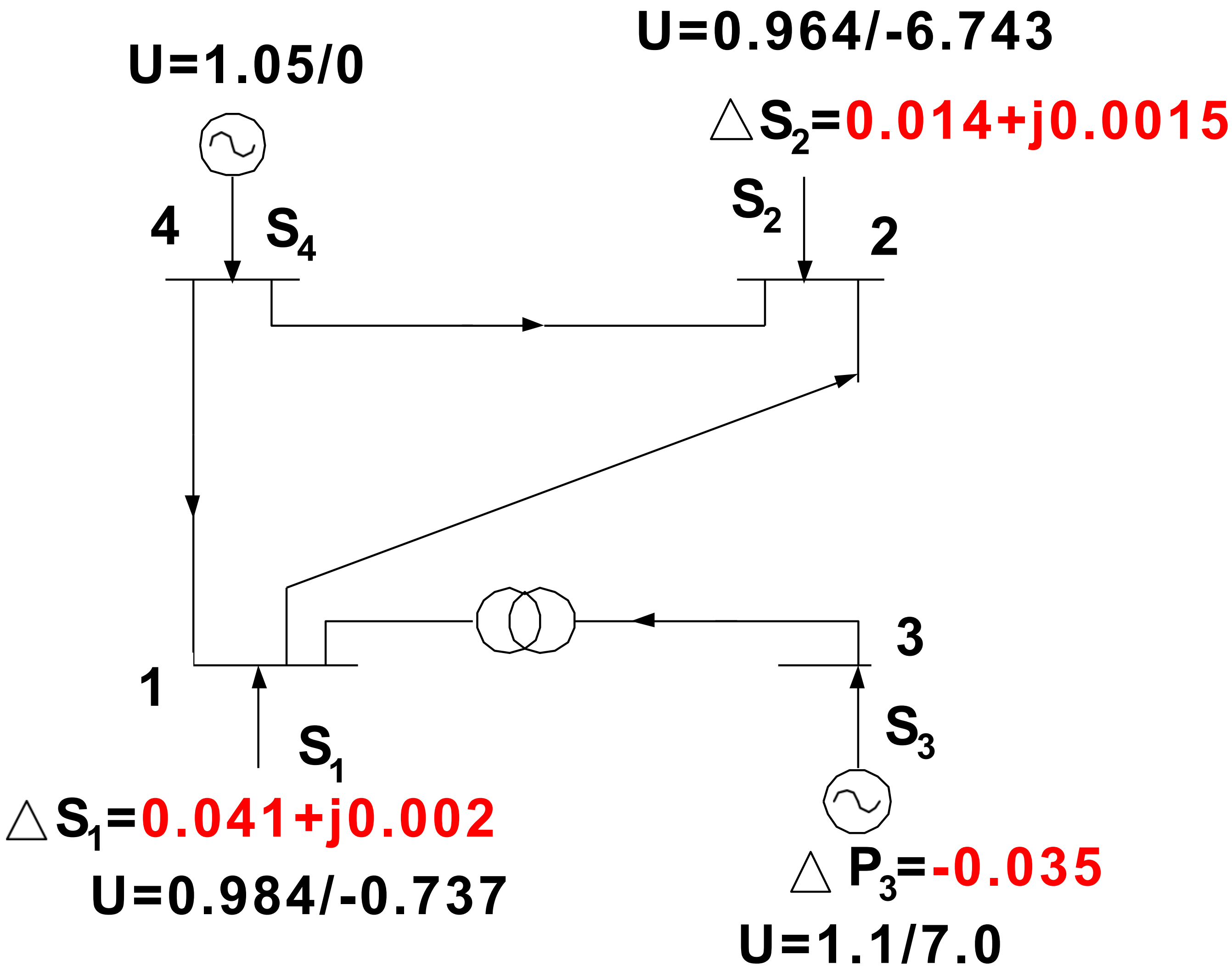


$\varepsilon=10^{-4}$

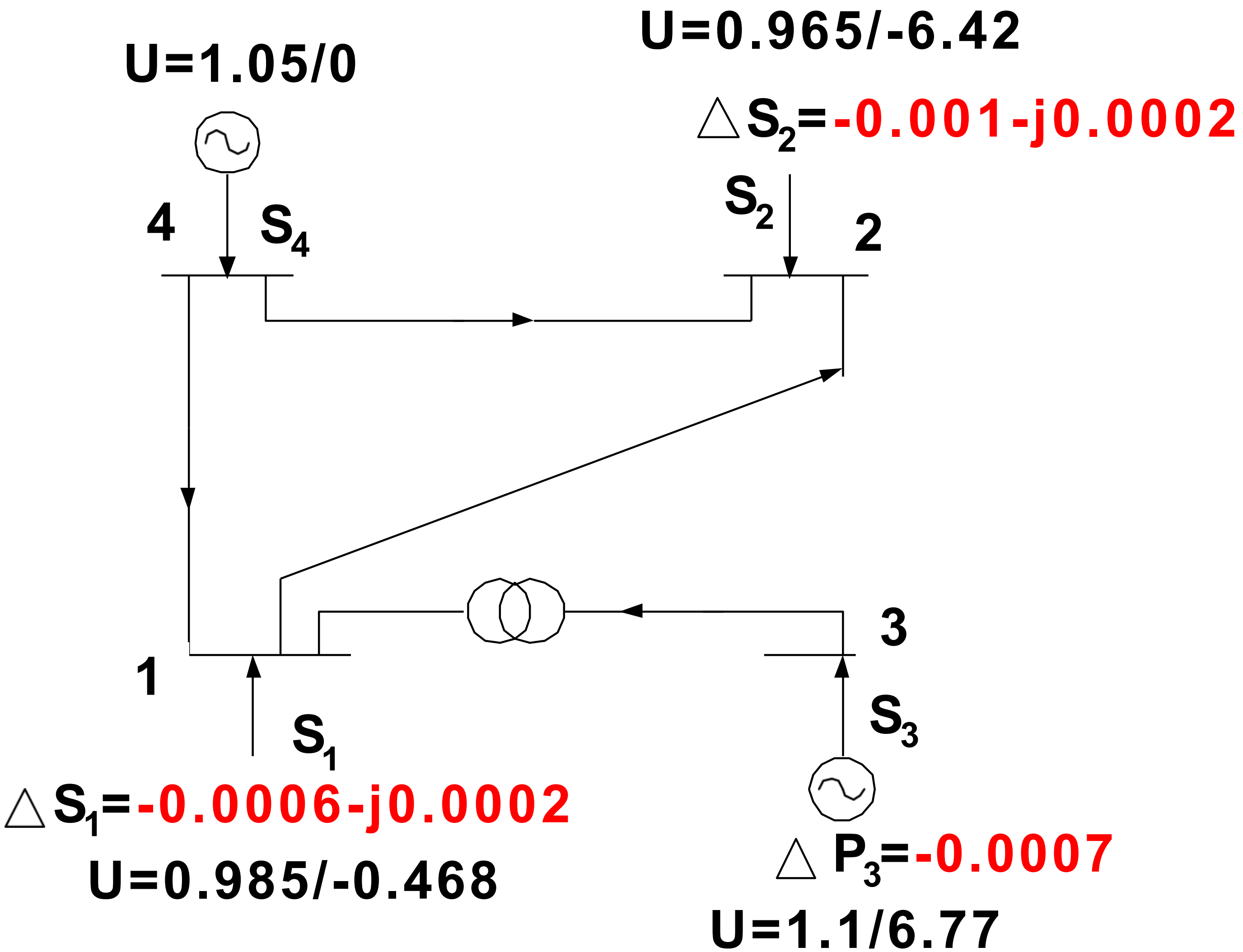
PQ分解法迭代过程（初值：r=0）



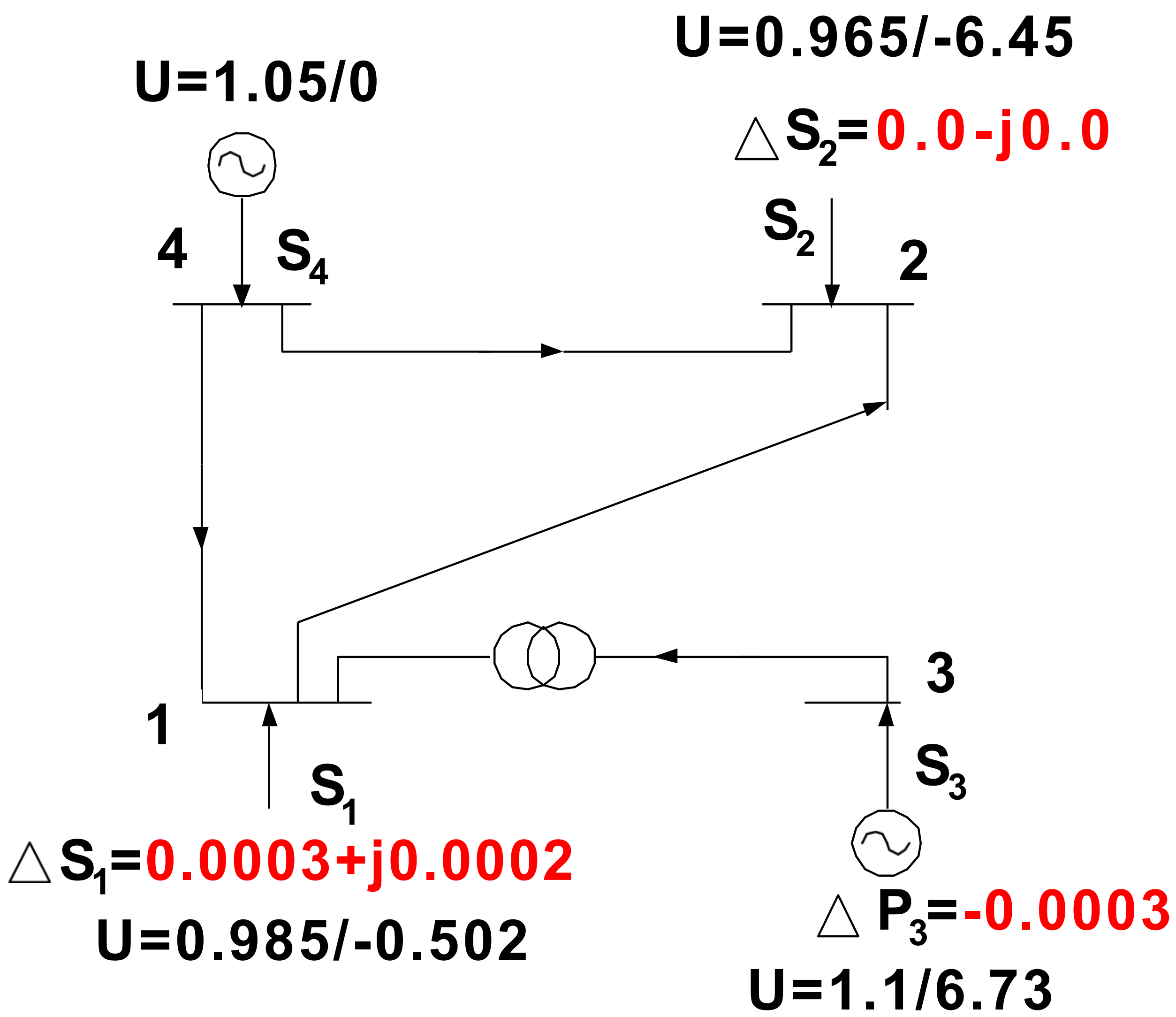
PQ分解法迭代过程（r=1）



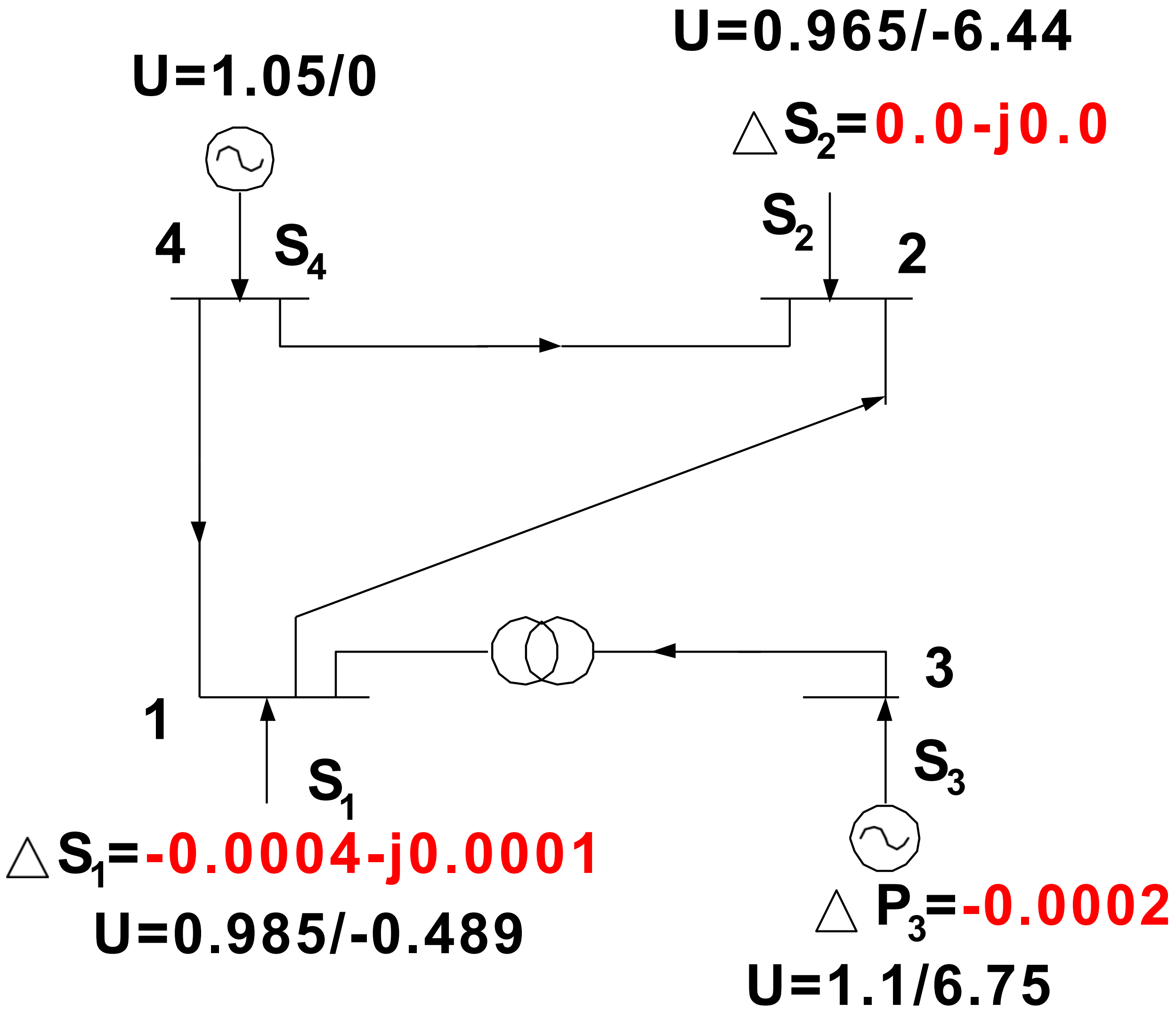
PQ分解法迭代过程（r=2）



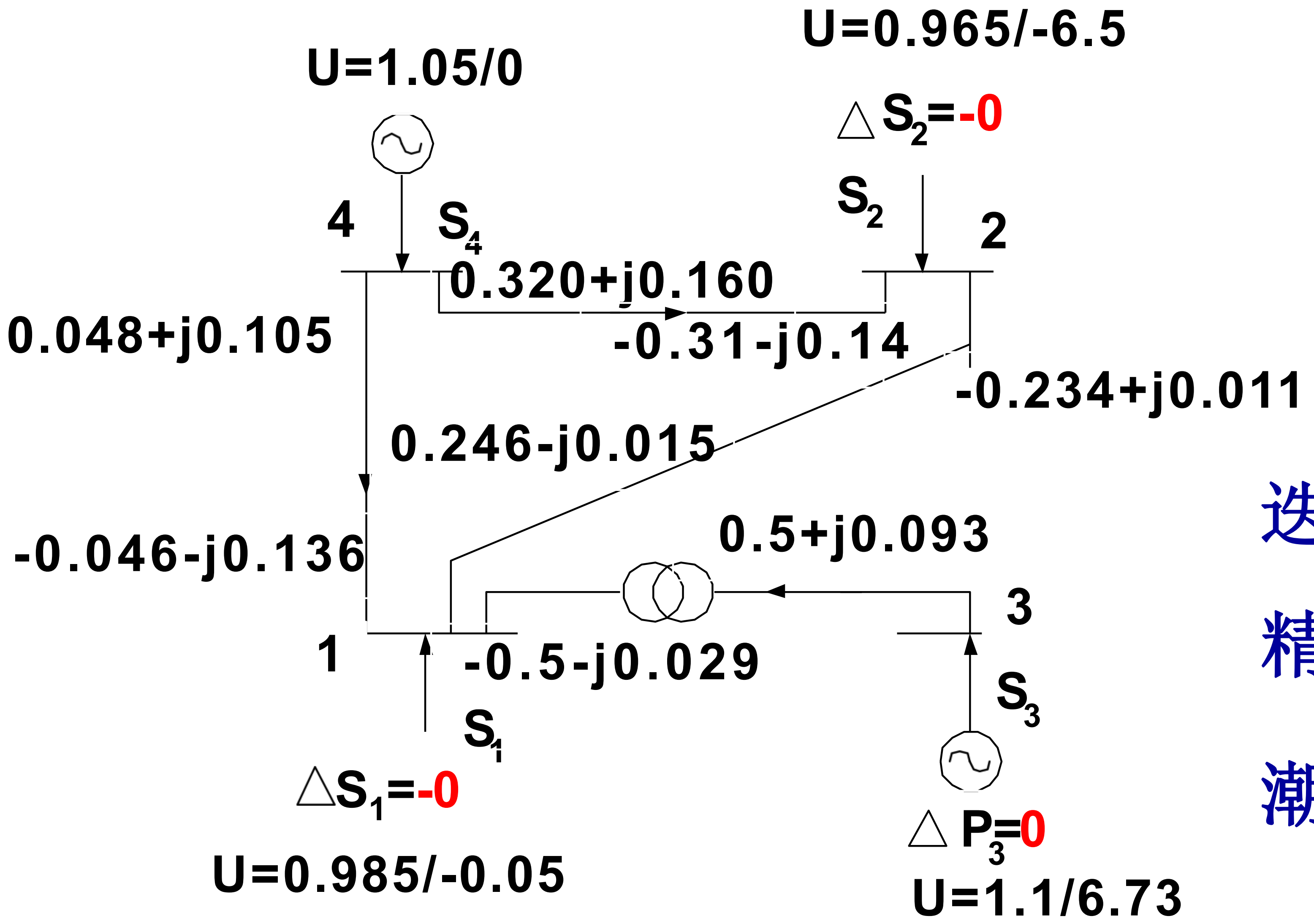
PQ分解法迭代过程（r=3）



PQ分解法迭代过程（r=4）



PQ分解法迭代结果（r=5）



迭代次数

精度

潮流流向